Обобщенная электродинамика о силах, действующих на заряд, движущийся в конденсаторе и соленоиде.

Клюшин Я. Г.
Россия, 192242, С-Пб., Будапештская 5 корп.3 кв.241,
Академия Гражданской Авиации,
тел.: (812)174-88-48, e-mail: Klyushin@shaping.org

Опубликованная в 1901г. экспериментальная работа Кауфмана по отклонению электронов в электрическом и магнитном полях стала краеугольным камнем в экспериментальном обосновании теории относительности. В данной статье показывается, что соответствующие эффекты следуют из обобщенных уравнений электродинамики, предложенных автором.

1. Введение

Фундаментальный сдвиг в теории электричества произошел 1846 году, когда В. Вебер предложил формулу для силы, обобщающую закон Кулона на случай движущихся зарядов. В этой формуле фигурируют два точечных заряда, силу взаимодействия которых между собой при их движении с заданными скоростями и ускорениями и описывает формула. Эта формула дала прекрасное соответствие с опытом и послужила основой для развернутой программы исследований, в ходе которых были предложены другие формулы для силы взаимодействия точечных зарядов, которые так же обосновывались опытом. Упомянем здесь формулы для силы Неймана, Грассмана, Ампера, Уитакера, подробный разбор и сравнение которых с формулой Вебера можно найти в работе автора [1].

В это же время в Англии Максвеллом развивался полевой подход к описанию электродинамических явлений. Этот подход, во многом благодаря опытам Герца и усилиям Хевисайда, стал к концу века преобладающим. Однако само понятие поля в отличие от силовых представлений школы Вебера не имело четкого физического смысла. Такой смысл понятию поля был придан известной формулой, впервые предложенной по-видимому Хевисайдом и получившей название формулы для силы Лоренца. Можно показать, что эта формула в полевых терминах повторяет формулу Грассмана, сформулированную в терминах токовых элементов. Формула Лоренца придавала силовой смысл понятию поля.

Если рассматривать уравнения Максвелла как систему аксиом, описывающих изменения в окружающем пространстве, производимые некоторой выделенной совокупностью электрических зарядов, то формула Лоренца была дополнительной аксиомой, описывающей последствия, к которым приводят такие изменения для точечного заряда, называемого пробным. При этом считается, что хотя этот пробный заряд также может двигаться, как и заряды, создающие поле (изменения в окружающем пространстве), тем не менее, пробный заряд своего поля не создает и внешнее поле воздействует непосредственно на него следующим образом: внешнее электрическое поле действуют на его «статическую», а внешнее магнитное поле – на его «динамическую» части.

Как уже отмечалось, формула для силы Лоренца дает не больше и не меньше, чем формула для силы Грассмана, и в этом смысле описывает весьма узкий класс экспериментов, существенно снижая возможности, заложенные в уравнения Максвелла. Осознание этого факта привело к попытке непосредственно силовой интерпретации уравнений Максвелла в виде так называемого «правила потока», которое в современной физике используется наравне с формулой Лоренца. Хотя «правила потока» расширили класс описываемых явлений по сравнению с формулой Лоренца, но во-первых, недостаточно, а во-вторых (и это главное) оказалось с логической точки зрения совершенно неудовлетворительной. Дело в том, что сами уравнения Максвелла описывают только поля (изменения в пространстве), порожденные некоторой выделенной совокупностью зарядов, и не предназначены для описания взаимодействия с другими полями. Такое взаимодействие должно описываться некоторой дополнительной формулой.

Хотя формула для силы Лоренца и недостаточно универсальна, она в принципе выполняет именно эту роль дополнительной к уравнениям Максвелла аксиомы, описывающей взаимодействие полей.

Выяснилась и еще одна проблема. Как мы теперь понимаем, сами уравнения Максвелла также оказались недостаточно универсальными. Однако широкие экспериментальные подтверждения выводов из них привели к их догматизации. Обнаруженные же проблемы заполнялись дополнительной аксиоматикой в рамках теории относительности, запаздывающих потенциалов и т.д. Эта дополнительная аксиоматика в совокупности с просто математическими ошибками привела к отказу от инвариантности по Галилею и ряду других настолько парадоксальных предположений, что «безумие» новой теории стало считаться необходимым условием ее справедливости. Усилиями популяризаторов и журналистов такие «безумные» теории внедрялись в общественное сознание, создавая вокруг физических теорий ореол таинственности и мистики. В самой же физике это привело к господству переусложненного формально-математического аппарата над здравым физическим смыслом.

Представляется, что приходит время вернуться к истокам и заново переосмыслить устоявшиеся предположения. Такая попытка была сделана автором в работе [1]. В следующем параграфе будут приведены основные формулы из этой работы, а затем рассмотрим примеры, по-новому объясняющие известные опыты Кауфмана 1902 года по отклонению электронов в электрическом и магнитном полях.

2. Обобщенные уравнения электродинамики

Пусть в трехмерном евклидовом пространстве выбрана декартова правая тройка координат, точки которой будем обозначать через $\mathbf{x}=(x_1, x_2, x_3)$, а время через t. Орты этой системы будем обозначать через **i**, **j**, **k**. Через q_1, q_2 обозначим электрические заряды, которые для определенности, если не оговорено противное, будем считать равномерно распределенными в шаре радиуса r_0.

Пусть $\mathbf{V_1}$, $\mathbf{V_2}$, $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ - скорости и ускорения этих зарядов, $\mathbf{E_1}$, $\mathbf{E_2}$, $\mathbf{B_1}$, $\mathbf{B_2}$ - напряженности электрических и магнитных полей, порождаемые этими зарядами в окружающем пространстве. Двойной индекс снизу будет означать напряженность поля, создаваемого зарядом, номер которого стоит первым, в местонахождении заряда, номер которого стоит вторым. Например, $\mathbf{E_{21}}$ означает напряженность электрического поля, созданного вторым зарядом в местонахождении первого. Пусть $\mathbf{r}_{21}$ - радиус-вектор от заряда 2 к заряду 1, **r** — его модуль, $r \gg r_0$, а ε_0 - электрическая постоянная.

Обобщенная формула Лоренца. Со стороны заряда 2 на заряд 1 действует сила:

$$F_{21} = -\mathrm{grand}\left[4\pi\varepsilon_0 c r^3 \left(\mathbf{B}_{12} \cdot \mathbf{E}_{21}\right)\right] + \frac{d}{dt}\left[4\pi\varepsilon_0 c r^3 \left(\mathbf{B}_{12} \times \mathbf{B}_{21}\right)\right] \qquad (2.1)$$

Градиент вычисляется по координатам пассивного заряда 1. Здесь, как и всюду ниже, $c = c_0 [\mathbf{i} \times \mathbf{j}] \cdot \mathbf{k}$, где c_0 - скорость света. Эту величину будем называть псевдоскалярной скоростью света.

В современной физике используются два представления о силе: идущее от Ньютона и Декарта представление как о производной от импульса и идущее от Гюйгенса и Лейбница представление как о градиенте энергии. Формула (2.1) объединяет оба эти подхода. Каждый из зарядов создает в окружающем пространстве электрическое и магнитное поля. Скалярное произведение магнитного поля пассивного заряда и электрического поля активного заряда описывает плотность энергии взаимодействия зарядов. Интеграл от этой плотности по утроенному объему шара радиуса r фигурирует под знаком градиента. Причина, по которой интеграл берется по объему именно такого, а не какого-то другого шара, станет ясна ниже. Эта причина в краевых условиях обобщенных уравнений Максвелла, рассматриваемых в данном параграфе.

Векторное произведение напряженностей магнитных полей активного и пассивного зарядов описывает плотность импульса взаимодействия. Интеграл по объему упомянутого шара от этой плотности фигурирует под знаком полной производной по времени.

Для нахождения напряженностей полей, создаваемых зарядами, нам требуется некоторая система уравнений. В классической теории такой системой являются уравнения Максвелла. Для согласованности с формулой (2.1) уравнения Максвелла приходится модифицировать.

Обобщенные уравнения Максвелла. Электрический заряд q, распределенный в пространстве с плотностью *ρ*, порождает напряженности электрического и магнитного полей, являющиеся решением следующей системы уравнений:
Пояснение этих уравнений начнем с (2.5).

$$\mathrm{div}\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad (2.2)$$

$$\mathrm{rot}\mathbf{E} = -d\mathbf{B}/dt \qquad (2.3)$$

$$\mathrm{div}\mathbf{E} = \frac{\rho}{c\varepsilon_0} \qquad (2.4)$$

$$c^2\mathrm{rot}\mathbf{B} = d\mathbf{E}/dt \qquad (2.5)$$

где V -скорость движения зарядов. Будем в дальнейшем считать, что скорость не зависит от пространственных координат, а является функцией только времени. Первое слагаемое справа в (2.6) обобщает понятие тока в классической теории и сводится к нему, если **E** и **V**. Удовлетворяют некоторым дополнительным требованиям. Действительно, с учетом (2.2)

$$\frac{d\mathbf{E}}{dt} = (\mathbf{V} \cdot \mathrm{grad})\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \qquad (2.6)$$

где **j** — плотность тока.

Таким образом, правая часть равенства (2.5), помимо классических, содержит некоторое роторное слагаемое, проявляющееся, например, в световой волне.

Соотношение (2.4) означает, что в уравнениях (2.2) — (2.5) обобщается понятие магнитного поля. Магнитное поле **B**, являющееся решением уравнений

(2.3) - (2.5), имеет не только роторную, но и дивергентную составляющую. Дивергентную составляющую поля **B** создает псевдоскалярный электрический заряд (электрический заряд в классическом смысле, деленный на псевдоскалярную скорость света). При этом **B** оказывается псевдовектором, как и в классической теории.

Таким образом, правую часть равенства (2.4) можно рассматривать просто как «другую ипостась электрического заряда». При желании, однако, ее можно понимать и как «магнитный заряд». Но, введенный таким образом, он не совпадает с «монополем Дирака». Укажем некоторые из отличий.

1. Введенный «магнитный заряд» — псевдоскаляр, т.е. его знак меняется при переходе от правой тройки координат к левой.

2. Он в с раз меньше электрического заряда, тем самым его размерность отличается от размерности электрического заряда на размерность скорости.

3. Наконец, из формулы (2.1) следует, что между двумя статическими «магнитными зарядами» отсутствует взаимодействие, т.е. для них отсутствует поле, аналогичное кулоновскому. Дело в том, что второе слагаемое в формуле (2.1), отвечающее за взаимодействие магнитных полей, равно нулю, если ни одно из магнитных полей не изменяется во времени (закон сохранения импульса). Хотелось бы подчеркнуть этот пункт, потому что «традиционный физический менталитет» не различает поле и силу. Расписывая полную производную от **B** по t, получим:

$$\frac{d\mathbf{E}}{dt} = (\mathbf{V} \cdot \mathrm{grad})\mathbf{B} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad (2.7)$$

Таким образом, соотношение (2.3), в отличие от классического, включает в себя градиентную производную от **B**, задаваемую движением электрических (а, следовательно, и магнитных) зарядов со скоростью **V**. Заметим, что именно с таким движением классическая теория связывает появление магнитного поля, однако не включает это порождающее движение зарядов в уравнение (2.3). Уравнение (2.2) совпадает с классическим.

В предлагаемой формализации уравнения (2.2) - (2.5) задают в дифференциальной форме напряженности полей **E** и **B**, порождаемые движущимся зарядом. Именно эти поля нам требуются, чтобы воспользоваться формулой (2.1).

С математической точки зрения система уравнений (2.2) — (2.5) распадается на две группы: уравнения (2.3) и (2.5) задают поля **E** и **B**, являющиеся их решениями; уравнения же (2.2) и (2.4) определяют краевые условия в своеобразной задаче Неймана: на границе, т.е. в точках, где $\rho \neq 0$, задается дивергенция, а не производная по направлению. После нахождения значения **E** и **B** на границе их продолжают на всю область в силу гармоничности потенциала φ. Полученные таким образом функции **E** и **B** определяет статическую часть напряженности полного поля, динамическая часть которой задается уравнением (1.3) и (Д.5).

Отметим следующее: из уравнений (2.2) и (2.5) следует, что если **V** не зависит от пространственных координат, то

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \mathrm{grad}\rho = 0 \qquad (2.8)$$

Это соотношение можно истолковать как усиленный закон сохранения заряда: заряд не только сохраняется, но и ведет себя как несжимаемая жидкость. Рассмотрим случай, когда ρ не зависит явно от t, т.е. когда

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}=0 \qquad (2.9)$$

тогда из (2.8) в силу произвольности **V** получим:

$$\mathrm{grad}\rho=0 \qquad (2.10)$$

Заряды, равномерно распределенные в шаре радиуса r_0<<r, очевидно удовлетворяют требованиям (2.9) и (2.10). Относительно **V** будем предполагать, что она не зависит явно от пространственных координат и является функцией только времени

$$\mathbf{V}=\mathbf{V}(t) \qquad (2.11)$$

При условиях (2.8) — (2.4) можно указать одно частное решение системы (2.2) -(2.5).

$$\mathbf{E}=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left[-\frac{(\mathbf{r}\times\mathbf{V})}{c}+\mathbf{r}\right] \qquad (2.12)$$

$$\mathbf{B}=-\frac{\rho}{3\varepsilon_0 c}\left[\frac{(\mathbf{r}\times\mathbf{V})}{c}+\mathbf{r}\right] \qquad (2.13)$$

где r — радиус-вектор от заряда в точку наблюдения. Прямой подстановкой проверим, что (2.12)и (2.13) действительно являются решениями модифицированных уравнений Максвелла (2.2) - (2.5):

$$\mathrm{div}\mathbf{E}=\frac{\mathrm{grad}\rho}{3\varepsilon_0}\left[-\frac{(\mathbf{r}+\mathbf{V})}{c}+\mathbf{r}\right]+\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left[-\frac{(\mathbf{r}\times\mathbf{V})}{c}+\mathbf{r}\right]=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Аналогично,

$$\mathrm{div}\mathbf{B}=-\frac{\rho}{\varepsilon_0 c}.$$

Вычислим теперь левые и правые части равенства (2.3) .

$$\varepsilon_0\frac{d}{dt}\mathbf{B}=-\frac{1}{3}\frac{d\rho}{dt}\left[\frac{\mathbf{r}\times\mathbf{V}}{c^2}+\frac{\mathbf{r}}{c}\right]-\frac{\rho}{3c}\left[\frac{\mathbf{V}\times\mathbf{V}}{c}+\frac{\mathbf{r}\times\mathbf{a}}{c}+\mathbf{V}\right]=-\frac{\rho}{3c}\left[\frac{\mathbf{r}\times\mathbf{a}}{c}+\mathbf{V}\right].$$

Но первое слагаемое в последних квадратных скобках излучается меняющимся полем. Окончательно получаем

$$\frac{d}{dt}\mathbf{B}=-\frac{\rho\mathbf{V}}{3c\varepsilon_0}$$

С другой стороны,

$$\varepsilon_0\mathrm{rot}\mathbf{E}=\frac{1}{2}\left\{\mathrm{grad}\frac{\rho}{3}\times\left[-\frac{\mathbf{r}\times\mathbf{V}}{c}+\mathbf{r}\right]+\frac{\rho}{3c}\left[-(\mathbf{V}\cdot\mathrm{grad})\mathbf{r}+(\mathbf{r}\cdot\mathrm{grad})\mathbf{V}+\mathbf{V}(\mathrm{div}\mathbf{r})\right]\right\}=+\frac{\rho\mathbf{V}}{3c}$$

Аналогично проверяется равенство (2.5).

Выпишем теперь в явном виде слагаемые, входящие в формулу (2.1) для нашего случая:

$$1.\ \mathbf{B}_{12}=\frac{-q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c}\left[\frac{\mathbf{r}_{12}\times\mathbf{V}_1}{c}-\mathbf{r}_{12}\right]=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c}\left[\frac{\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_1}{c}+\mathbf{r}_{21}\right]$$

$$2.\ \mathbf{E}_{21}=\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[-\frac{\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_2}{c}+\mathbf{r}_{21}\right]$$

Найдем градиент скалярного произведения этих полей, беря соответствующие производные по координатам пассивного поля 1.

$$3. -\mathbf{B}_{12}\cdot\mathbf{E}_{21} = \frac{q_1q_2}{16\pi^2\varepsilon_0^2 r^6 c}\left[\frac{(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_1)\cdot(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_2)}{c^2} - r^2\right]$$

$$4. -\operatorname{grad}\left[4\pi\varepsilon_0 r^3 c(\mathbf{B}_{12}\cdot\mathbf{E}_{21})\right] =$$

$$= \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[\mathbf{r}_{21} - \frac{3\mathbf{r}_{21}((\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_1)\cdot(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_2))}{r^2c^2} - \frac{(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{V}_1)\mathbf{V}_2 + (\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{V}_2)\mathbf{V}_1}{c^2} + \frac{2\mathbf{r}_{21}(\mathbf{V}_1\cdot\mathbf{V}_2)}{c^2}\right]$$

Найдем теперь второе слагаемое в (2.1)

$$5. \mathbf{B}_{21} = -\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c}\left[\frac{\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_2}{c} + \mathbf{r}_{21}\right]$$

$$6. \mathbf{B}_{12} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c}\left[\frac{\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_1}{c} + \mathbf{r}_{21}\right]$$

$$7. 4\pi\varepsilon_0 r^3 c(\mathbf{B}_{12}\times\mathbf{B}_{21}) = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c}\left[\frac{(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_2)\times(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_1)}{c^2} + \mathbf{r}_{21}\times\frac{\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2)}{c}\right]$$

Производные от радиуса-вектора

$$\frac{d\mathbf{r}_{21}}{dt} = \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2, \quad \frac{d^2\mathbf{r}_{21}}{dt^2} = \mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2 .$$

Второе слагаемое в (2.1) будет выглядеть следующим образом:

$$8. \frac{d}{dt}\left[4\pi\varepsilon_0 r^3 c(\mathbf{B}_{12}\times\mathbf{B}_{21})\right] = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c^2}\Big\{\left[(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2)\times(\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2))\right] -$$

$$- \frac{3\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2)}{r^2}\cdot\left[\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2))\right] + \mathbf{r}_{21}\times\left[\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{a}_1-\mathbf{a}_2)\right] +$$

$$+ \frac{(\mathbf{V}_1\times\mathbf{V}_2)\times\left[(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_1)-(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_2)\right] + \left[(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_2)\times(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{a}_1)-(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_1)\times(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{a}_2)\right]}{c}\Big\}$$

Окончательно получим: сила, с которой второй заряд действует на первый, имеет вид
(2.14)

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\mathbf{r}_{21} + \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c^2}\Big\{\Big[2\mathbf{r}_{21}(\mathbf{V}_1\cdot\mathbf{V}_2) - \mathbf{V}_1(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{V}_2) - \mathbf{V}_2(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{V}_1) - \frac{3\mathbf{r}_{21}}{r^2}((\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_1)\cdot(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_2))\Big] +$$

$$+ \left[(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2)\times(\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2))\right] - \frac{3\mathbf{r}_{21}(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2)}{r^2}\cdot\left[\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2))\right] + \left[\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{a}_1-\mathbf{a}_2))\right] +$$

$$+ \frac{(\mathbf{V}_1\times\mathbf{V}_2)\times\left[(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_1)-(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_2)\right] + \left[(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_2)\times(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{a}_1)-(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_1)\times(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{a}_2)\right]}{c}\Big\} \quad (2.14)$$

Расписывая двойные векторные произведения, получим другое выражение для этой же силы:

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\mathbf{r}_{21} + \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c^2}\Big\{-\Big[\mathbf{r}_{21}(\mathbf{V}_1\cdot\mathbf{V}_2) + \mathbf{V}_1(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{V}_2) + \mathbf{V}_2(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{V}_1) - \frac{3\mathbf{r}_{21}}{\mathbf{r}^2}((\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{V}_1)\cdot(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{V}_2))\Big] +$$

$$\left[\mathbf{r}_{21}(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2)^2 - (\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2)\cdot(\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2))\right] - \frac{3\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2)}{\mathbf{r}^2}\left[\mathbf{r}_{21}(\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2)) - (\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2)\mathbf{r}^2\right] +$$

$$+ \left[\mathbf{r}_{21}(\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{a}_1-\mathbf{a}_2)) - (\mathbf{a}_1-\mathbf{a}_2)\mathbf{r}^2\right] + \frac{(\mathbf{V}_2-\mathbf{V}_1)(\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{V}_1\times\mathbf{V}_2))}{c} + \frac{\mathbf{r}_{21}\left[(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_2)\cdot\mathbf{a}_1 - (\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_1)\cdot\mathbf{a}_2\right]}{c}\Big\} \quad (2.15)$$

Выведем еще один вид формулы (2.15), введя явным образом углы между векторами. Пусть

θ_1 - угол между $\mathbf{r}_{21}$ и $\mathbf{V}_1$

θ_2 - угол между $\mathbf{r}_{21}$ и $\mathbf{V}_2$

θ_3 - угол между $\mathbf{V}_1$ и $\mathbf{V}_2$

θ_4 - угол между $\mathbf{r}_{21}$ и $(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2)$

θ_5 - угол между $\mathbf{r}_{21}$ и $(\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2)$

θ_6 - угол между $\mathbf{r}_{21}$ и $(\mathbf{V}_1 \times \mathbf{V}_2)$

θ_7 - угол между $(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{V}_2)$ и $\mathbf{a}_1$

θ_8 - угол между $(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{V}_1)$ и $\mathbf{a}_2$

Тогда формула (2.15) принимает вид:

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{21} = {} & \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\mathbf{r}_{21} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c^2}\Big\{-\big[\mathbf{V}_2|\mathbf{V}_1| r \mathrm{Cos}\theta_1 + \mathbf{V}_1|\mathbf{V}_2| r \mathrm{Cos}\theta_2 + \mathbf{r}_{21}|\mathbf{V}_1||\mathbf{V}_2|(\mathrm{Cos}\theta_3 - 3\mathrm{Cos}\theta_1\mathrm{Cos}\theta_2)\big] + \\ & + \big[\mathbf{r}_{21}(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2)^2(1 - 3\mathrm{Cos}^2\theta_4) + 2(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2) r |\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2| \mathrm{Cos}\theta_4\big] + \big[\mathbf{r}_{21} r |\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2| r^2\big] + \\ & + \frac{(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2) r |\mathbf{V}_1||\mathbf{V}_2| \mathrm{Cos}\theta_6 \mathrm{Sin}\theta_3}{c} + \frac{\mathbf{r}_{21}\big[r|\mathbf{a}_1||\mathbf{V}_2|\mathrm{Sin}\theta_2\mathrm{Cos}\theta_7 - r|\mathbf{a}_2||\mathbf{V}_1|\mathrm{Sin}\theta_1\mathrm{Cos}\theta_8\big]}{c}\Big\}\end{aligned} \qquad (2.16)$$

Пояснение полученной формулы проведем на примере соотношения (2.16), как более компактном. Предварительно уточним, относительно каких систем отсчета вычисляются производные в приведенных формулах. Для «голых», зарядов все производные вычисляются относительно лабораторной системы, для зарядов же, движущихся в нейтральных проводниках — относительно этих проводников. Вернемся к выражениям для напряженностей электрических и магнитных полей. Вторые слагаемые в их правых частях задают статическую компоненту и проявляются, только если заряды «голы». Первые же слагаемые задают динамическую компоненту и проявляются не только для «голых» заряженных токов, но и для токов в нейтральных проводниках. Такие токи будем называть нейтральными. При перемножении и вычислении производных это свойство наследуется в формуле для силы. Поэтому, например, первое слагаемое в формуле (2.16) полученное в результате перемножения статических компонент напряженностей $\mathbf{B}_{12}$ и $\mathbf{E}_{21}$, будет проявляться только между заряженными телами (кулонова сила). А вот силы, задаваемые произведением динамических компонент $\mathbf{B}_{12}$ и $\mathbf{E}_{21}$ (например, первые квадратные скобки в фигурных скобках) будут проявляться и между нейтральными, а не только заряженными токами. В этом смысле сила, задаваемая вторыми квадратными скобками в (2.16) и полученная в результате перемножения статической и динамической компонент напряженностей магнитных полей, занимает промежуточное положение: она проявляется, только если хотя бы один из взаимодействующих зарядов «гол», и будет равна нулю между двумя нейтральными токами. Сила, задаваемая третьими квадратными скобками в фигурных скобках, и обязанная своим появлением ускоренному движению зарядов, хотя и получилась в результате перемножения статической и динамической компонент напряженностей магнитных полей, будет проявляться и между нейтральными токами, поскольку излученное поле надо рассматривать как «голое».

Выражения для сил, полученные в результате перемножения динамических компонент напряженностей, равны нулю, если хотя бы один из зарядов покоится (хотя бы одна из скоростей равна нулю). Например, в этом случае будет равна нулю первая квадратная скобка, являющаяся непосредственным обобщением выражения для классической силы Лоренца (от классической формулы Лоренца эта скобка отличается только наличием дополнительных слагаемых, симметризующих это выражение таким образом, что оно начинает удовлетворять третьему закону Ньютона). А вот вторая квадратная скобка нулю в этом случае равна не будет. Так что между нейтральным током и покоящимся зарядом за ее счет должна появиться сила. Правда, в случае длинного провода с током количественное выражение для этой силы будет несколько отличаться от формул (2.14) – (2.16) за счет изменения краевых условий (2.2) и (2.4).

3. Сила, действующая на заряд, движущийся в пространстве.

Используя формулы предыдущего параграфа, найдем силы, действующие на заряд со стороны бесконечной плоскости заряженной с плотностью δ. В работе автора [1] эта формула была получена в общем случае, когда заряды плоскости также движутся со скоростью V_2. Нас однако будет интересовать случай классический, когда заряды конденсатора покоятся, т.е. $V_2=0$.
Произведя соответствующие вычисления, получим

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1\delta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\mathbf{r}_{21} + \frac{q_1\delta V_1^2}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c^2}\mathbf{r}_{21}[1-\cos^2\theta] \tag{3.1}$$

где $\theta(\mathbf{r}_{21},\mathbf{V}_1)$ – угол между радиусом-вектором $\mathbf{r}_{21}$ от точки x_2 заряженной плоскости и вектором скорости $\mathbf{V}_1$ заряда q_1.
Заметим, что в современной физике фигурирует только первое слагаемое в (3.1), второе же не учитывается, поскольку считается, что кулоново поле действует только на «статическую часть» заряда q_1.

Нас однако обычно интересует не сила, действующая от точки, а интегральная сила, действующая от плоскости. Мы получим ее, если проинтегрируем силу (3.1) от a до бесконечности, где a – расстояние заряда q_1 от плоскости. В результате интегрирования первого слагаемого мы, как известно, получим выражение для силы

$$F_1 = \frac{q_1\delta}{2\varepsilon_0} \tag{3.2}$$

направленное от плоскости и не зависящее от расстояния заряда q_1 до нее.

В результате интегрирования второго слагаемого мы получим силу, вообще говоря, содержащую компоненту, направленную вдоль плоскости, т.к. эта сила зависит от косинуса угла между радиусом-вектором от точки плоскости и скорости заряда q_1.

Рассмотрим случай, когда скорость заряда $\mathbf{V}_1$ параллельна плоскости. В этом случае

$$\cos\theta = \frac{r-a}{r} \tag{3.3}$$

где r – расстояние от выбранной точки.

Подставляя это выражение во второе слагаемое в (3.1) и интегрируя, получим

$$F_2 = \frac{q_1\delta a^2 V_1^2}{2\varepsilon_0 c^2}\int_a^\infty [1-1+\frac{2}{r^3}-\frac{a}{r^4}]dr = +\frac{q_1\delta V_1^2}{3\varepsilon_0 c^2} \tag{3.4}$$

Эта сила также направлена по перпендикуляру к плоскости.

$$F = F_1 + F_2 = \frac{q_1\delta}{2\varepsilon_0}[1+\frac{2V_1^2}{3c^2}] \tag{3.5}$$

Второе слагаемое в (3.5) зависит от скорости заряда q_1 и помогает кулоновой силе. Это слагаемое не учитывается в современной физике и не использовалось при объяснении результатов опыта Кауфмана, послужившего экспериментальным основанием для теории относительности.

Как и в классическом случае, сила, действующая на движущийся заряд в бесконечном конденсаторе, будет в 2 раза больше.

$$F_c = \frac{q_1\delta}{\varepsilon_0}[1+\frac{2V_1^2}{3c^2}] \tag{3.6}$$

4. Сила, действующая на заряд, движущийся в заряженной трубке с током.

Для этого случая

$$\mathbf{E}_{21} = \frac{\delta}{\varepsilon_0 r}[-\frac{\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_2}{c}+\mathbf{r}_{21}] \tag{4.1}$$

$$\mathbf{B}_{21} = \frac{\delta}{\varepsilon_0 rc}[\frac{\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_2}{c}+\mathbf{r}_{21}] \tag{4.2}$$

$$\mathbf{B}_{12} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 cr^3}[\frac{\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{V}_1}{c}+\mathbf{r}_{21}] \tag{4.3}$$

Здесь, как и в предыдущем разделе, δ – поверхностная плотность зарядов в трубке, $\mathbf{V}_2$ - скорость зарядов, текущих по трубке, $\mathbf{V}_1$ - скорость заряда, движущегося внутри трубки, $\mathbf{r}_{21}$ - радиус-вектор от точек на поверхности трубки к заряду q_1. Проведя вычисления по правилам раздела 2, получим: со стороны точки x_2 на поверхности заряженной трубки на заряд q_1 действует сила:

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1\delta}{\varepsilon_0 rc^2}\{-c^2\mathbf{r}_{21}+\mathbf{V}_1(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{V}_2)+\mathbf{V}_2(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{V}_1)-\frac{[(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{V}_1)(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{V}_2)]}{r^2}\mathbf{r}_{21}-(\mathbf{V}_1\cdot\mathbf{V}_2)\mathbf{r}_{21}+$$

$$+\mathbf{r}_{21}(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2)^2-\frac{\mathbf{r}_{21}(\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2))^2}{r^2}+[\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{a}_1-\mathbf{a}_2))]\} \tag{4.4}$$

Отметим следующее: сила (4.4) не зависит от модуля радиуса-вектора, а только от его направления. Поскольку в любой полости (а не только в бесконечной трубке) для всякого направления существует противоположное от симметричной точки поверхности, можно сразу сказать, что нулевой вклад в интегральную силу даст слагаемое с постоянным коэффициентом или радиусе-векторе. Таким слагаемым в (4.4) является первое (кулонова сила). Второе, третье, четвертое и пятое слагаемые дадут полноценный вклад в интегральную силу, т.к. со сменой знака у радиуса-вектора $\mathbf{r}_{21}$ меняется знак у скорости $\mathbf{V}_2$.

Поэтому силы, действующие от симметричных точек поверхности, будут складываться конструктивно, попросту говоря, удваиваться. Отметим, что третье и пятое слагаемые – это просто классическая сила Лоренца. Сказанное становится особенно очевидным, если их представить в виде векторного произведения

$$\mathbf{V}_2(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{V}_1)-\mathbf{r}_{21}(\mathbf{V}_1\cdot\mathbf{V}_2)=\mathbf{V}_1\times(\mathbf{V}_2\times\mathbf{r}_{21}) \tag{4.5}$$

Здесь векторное произведение в скобках справа от знака равенства задает магнитное поле трубки. Нас будет интересовать случай соленоида, т.е. случай, когда $\mathbf{V}_2$ направлена по касательной к направляющей окружности соленоида. Отметим еще одну особенность соотношения (4.5). Радиус-вектор $\mathbf{r}_{21}$ направлен от поверхности соленоида внутрь. Поэтому второе слагаемое слева от знака равенства предсказывает составляющую силу, направленную от оси соленоида. Между тем опыт говорит о наличии именно центростремительной, а не центробежной силы. Объяснение находим, исследовав шестое слагаемое в (4.4). Для двух симметричных точек имеем:

$$\mathbf{r}_{21}(\mathbf{V}_1+\mathbf{V}_2)^2-\mathbf{r}_{21}(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2)^2=+4\mathbf{r}_{21}(\mathbf{V}_1\cdot\mathbf{V}_2)$$

Эта сила сложится с радиальной составляющей силы Лоренца.

Будем пренебрегать возможным ускорением зарядов, т.е. будем считать последнее слагаемое в (4.4) равным нулю. Окончательно получаем интегральный вид силы, действующей на заряд q_1 от двух симметричных точек поверхности.

$$F=\frac{2q_1\delta}{\varepsilon_0 rc^2}[\mathbf{V}_1(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{V}_2)+\mathbf{V}_2(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{V}_1)-\mathbf{r}_{21}\frac{(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{V}_1)(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{V}_2)}{r^2}+\mathbf{r}_{21}(\mathbf{V}_1\cdot\mathbf{V}_2)-\mathbf{r}_{21}\frac{(\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2))^2}{r^2}] \quad (4.6)$$

Поясним физический смысл слагаемых. Второе слагаемое здесь – это часть классическая сила Лоренца, направленная по касательной к цилиндру. Она закручивает заряд q_1. Четвертое слагаемое в (4.6) по модулю совпадает со второй частью силы Лоренца, однако направлено в противоположную сторону, центростремительно. Третье и пятое слагаемые и приведут к дополнительной радиальной силе, величена и направление которой определиться косинусами углов между радиусом-вектором и скоростями $\mathbf{V}_1$ и $\mathbf{V}_2$. Первое слагаемое предсказывает появление силы, направленной по скорости $\mathbf{V}_1$.

В работе автора [2] показано, что воздействие внешней силы только вначале приводит к ускорению заряда. С некоторого момента эта сила просто поддерживает скорость заряда постоянной.

Пусть заряд q_1 влетает в соленоид строго перпендикулярно. Как он будет двигаться? Под действием вращающей силы $\mathbf{V}_2(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{V}_1)$ и радиальных сил траектория движения начинает искривляться и в установившемся режиме будет происходить по окружности, коаксикальной направляющей цилиндра. (лорморова орбита). Если же заряд влетает под некоторым углом к оси цилиндра, то проекция $\mathbf{V}_1$ на эту ось будет ненулевой и за счет первого слагаемого в (4.6) движение будет происходить по винтовой линии, что и подтверждается опытом. Это первое слагаемое появляется только в обобщенной электродинамике предложенной автором в [1].

Это слагаемое симметризует силу Лоренца и устраняет противоречие между силой Лоренца и третьим законом Ньютона. Оно же предсказывает винтовой характер движения в общем случае,, чего не делает формула для силы Лоренца.

Скажем несколько слов о случае, когда ток в трубке направлен по образующей, т.е. о случае обычного длинного проводника с током. Вклад интегральной силы в кулоновую силу останется нулевым, потому что он не зависит от тока в проводе. Теперь $\mathbf{r}_{21}\perp\mathbf{V}_2$, поэтому второе и пятое слагаемые будут равны нулю тождественно. Рассмотрим случай, когда $\mathbf{V}_1$ направлена перпендикулярно оси цилиндра. В этом случае четвертое слагаемое будет равно нулю, т.к. $\mathbf{V}_1\perp\mathbf{V}_2$, а шестое и седьмое слагаемое взаимно уничтожаются, т.к. $\mathbf{r}_{21}\|\mathbf{V}_1$. Останется только третье слагаемое, направленное по $\mathbf{V}_2$, т.е. по оси цилиндра. Такой заряд q_1 будет сноситься по току.

Если $\mathbf{V}_1$ не строго перпендикулярна оси цилиндра, появится радиальная сила за счет четвертого, шестого и седьмого слагаемых. Эта сила будет увеличиваться с уменьшением угла между $\mathbf{V}_1$ и током (осью цилиндра). Тогда как осевая сила, задаваемая третьим слагаемым в общей формуле для силы, будет уменьшаться. При $\mathbf{V}_1 \| \mathbf{V}_2$ это третье слагаемое станет равное нулю, а радиальная сила, получается за счет четвертого и шестого слагаемого, достигнет максимума. Седьмое слагаемое будет равно нулю. По-видимому, наличие именно этой радиальной силы приводит к тому, что ток течет по поверхности проводника. В общем случаи сила имеет вид:

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1\delta}{c^2\varepsilon_0 r}\left[\mathbf{V}_2(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{V}_1) - \mathbf{r}_{21}(\mathbf{V}_1\cdot\mathbf{V}_2) + \mathbf{r}_{21}(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2)^2 - \mathbf{r}_{21}\frac{\left(\mathbf{r}_{21}(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2)^2\right)}{r^2}\right]$$

Как эта сила будет распределена в пространстве? Если в случае солиноида сила постоянна по величине в сечении солиноида, то в рассматриваемом случаи такого постоянства не будет.

Интегральная сила будет равна нулю на оси цилиндра за счет симметричности точек, создающих силу.

Пусть теперь заряд q_1 находится на радиусе направляющей окружности на расстоянии a от оси цилиндра. Тогда сохранится симметрия относительно точек направляющей окружности. Суммарная сила точек большой дуги, направленная в одну сторону, будет превышать суммарную силу от точек окружности, направленную в противоположную сторону по радиусу, а интегральная сила будет равна разности этих сил.

Пусть φ - угол, опирающаяся на малую дугу окружности, а r_0 - радиус направляющей окружности. Длина большей дуги A тогда будет равна $r_0(2\pi - \varphi)$, длина малой дуги B будет равна $r_0\varphi$. Отношение их разности к длине окружности

$$\frac{A - B}{2\pi r_0} = \frac{\pi - \varphi}{\pi},\ \varphi \in [\pi, 0]$$

Здесь φ можно выразить через расстояние а заряда q_1 от оси цилиндра.

$$a = r_0 \cos\varphi/2$$

Отсюда

$$\varphi = 2\arccos a/r_0$$

Когда a=0, $\varphi = \pi$, когда $a = r_0$, φ=0.

Окончательно получаем: когда $\mathbf{V}_1 \perp \mathbf{V}_2$, интегральная сила

$$F = \frac{q_1\delta[\pi - 2\arccos(a/r_0)]}{c^2\varepsilon_0\pi}\mathbf{V}_2$$

Когда $\mathbf{V}_1 \| \mathbf{V}_2$,

$$F = \frac{q_1\delta[\pi - 2\arccos(a/r_0)]\left[(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2)^2 - (\mathbf{V}_1\cdot\mathbf{V}_2)\right]}{c^2\varepsilon_0\pi}\mathbf{r}$$

Здесь r – радиус-вектор от поверхности цилиндра, проходящий через заряд q_1 и ось цилиндра. Эквисиловые поверхности здесь будут цилиндрами, коаксиальными исходному цилиндру. Наличие таких силовых поверхностей было экспериментально подтверждено Е. А. Григорьевым [3]. Заметим, что эти силовые линии не охватывают ток, а содержатся в нем. Такая ситуация противоречит традиционным воззрениям, но следует из уравнений обобщенной электродинамики

Подведем итог. Обобщенные уравнения электродинамики, предложенные автором, предсказывают появление дополнительных интегральных сил, действующих как на заряд, движущийся между пластинами конденсатора, так и внутри бесконечного соленоида. Эти силы зависят от скорости заряда на экране с изменением его скорости. Для того, чтобы понять характер такого изменения, требуется описать движение заряда под действием внешних сил. Этому вопросу посвящена статья автора [2].

P.S. Выше всюду предполагалось, что ε (согласно концепции автора [2] она имеет смысл плотности эфира) постоянна. Для конденсатора это означает, что пространство между его обкладками не заполнено веществом. Если же это пространство заполнено диэлектриком, то появится дополнительная сила за счет пространственного изменения ε. Эта дополнительная сила имеет вид

$$F = -\frac{q_1 \delta r}{\varepsilon_2}\left[1 - \frac{V^2}{c^2}(1 + \mathrm{Cos}\theta)\right]\mathrm{grad}\,\varepsilon \tag{4.7}$$

здесь q_1 - заряд внутри диэлектрика, θ - угол между радиус-вектором от точки пластины к заряду q_1, r - его модуль, V - скорость зарядов на пластинах.

Первое слагаемое здесь имеет порядок силы Кулона и направлено против градиента ε. Именно эта сила является причиной втягивания пластины диэлектрика внутрь конденсатора. Современная теория объясняет такое втягивание поляризацией диэлектрика. Большинство известных автору фактов могут быть объяснены как в рамках этой классической, так и предлагаемой теории. Поэтому важно предложить эксперимент, который бы дал возможность выбрать между этими подходами.

Для этого рассмотрим конденсатор, между пластинами которого расположены слои диэлектрика с убывающей ε. Из предлагаемой же теории следует, что на пластины конденсатора будет действовать сила, направленная в сторону убывания ε, т.е. такой конденсатор будет двигаться.

Второе слагаемое в выписанной формуле имеет порядок магнитной силы, направлено по градиенту ε и по-видимому определяет диа и парамагнитные свойства веществ.

Отметим, наконец, что обе эти силы возрастают с ростом r.

Литература.

[1] Я. Г. Клюшин. Основа современной электродинамики. “Невская жемчужина”, С-Пб, Россия, 1999.

[2] Я. Г. Клюшин О динамике электрона. Данный сборник.

[3] Е. А. Григорьев. Способ создания постоянных магнитного поля. Фундаментальные проблемы естествознания. т.1, С-Пб, 1999.