ВОЛНОВОЕ РЕШЕНИЕ ОБОБЩЕННЫХ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА И КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА

Клюшин Я.Г.

Академия Гражданской Авиации
Санкт-Петербург
E-mail: science@shaping.org

Предлагается волновая форма обобщенной системы уравнений Максвелла, полученной в работе[1]. На основе торовой модели электрона, использующей гравитационные соображения работы[2], найдено описание волны, создаваемой движущимся электроном и фотоном. Эта волна задает крутильные колебания, а соответствующий вихрь переносит массу, что и объясняет «двойственную природу волна-частица», приписываемую ныне электрону и фотону. Проверено соответствие полученных формул известным экспериментам, заложившим основу квантовой механики.

Фактом, поразившим автора, стало наличие у электрона независящих от времени крутильных колебаний, объясняющих «дальнодействующий характер» кулоновых сил.

1.Гравитационная модель электрона.

В работе[2], посвященной максвелловскому подходу к описанию гравитации, была получена модель электрона как массивного тора. При этом оказалось, что масса, создающая тор, совершает два вращательных движения: в экваториальной и меридиональной плоскостях тора. При этом радиус большей окружности, задающей тор, оказался равным $R \approx 3{,}86 \cdot 10^{-13}\,м$, что удовлетворительно совпало с комптоновской длиной волны электрона. Радиус же меньшей окружности $\rho = \dfrac{R}{2} \approx 1{,}93 \cdot 10^{-13}\,м$. Угловая скорость вращения большей окружности $\omega = 8{,}1 \cdot 10^{20}\,c^{-1}$, что совпало с де-бройлевской частотой покоящегося электрона $\omega_0 = m_0 \cdot \dfrac{c^2}{\hbar}$, где m_0 - масса электрона, установленная экспериментально. Соответственно угловая скорость вращения малой окружности, задающей тор, $\Omega = 2\omega_0$. Отметим, что

$$R \cdot \omega = \rho \cdot \Omega = c \qquad (1.1)$$

Из гравитационных соображений была получена оценка и для величины массы вихря, создающего тор. Эта масса оказалась равной $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,кг$, что также близко к массе электрона m_0, установленной экспериментально.

Введем теперь основные соотношения строго математически в векторном виде.

Пусть вектор $\mathbf{R}$ – радиус-вектор из центра большей окружности, задающей тор, к точкам этой окружности, а $\boldsymbol{\rho}$ – радиус-вектор из центров малых окружностей к точкам этих окружностей, продолжающий $\mathbf{R}$. Пусть псевдовектор $\boldsymbol{\omega}$ и полярный вектор $\boldsymbol{\Omega}$ - угловые скорости вращения этих окружностей.

Введем основные характеристики электрона. Угловой момент вращения электрона

$$\mathbf{S} = m\boldsymbol{\rho} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\rho}) = m\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\rho}^2 = \frac{1}{2}\hbar \qquad (1.2)$$

составляет половину скалярной постоянной Планка.

Отметим, что, по-видимому, первым вопрос о необходимости векторного истолкования постоянной Планка поставил Ф.М. Канарев[3].

Вектор $\hbar$ в (1.2) направлен по угловой скорости вращения меньшей окружности тора и пропорционален ей и квадрату ее радиуса.

$\hbar$ постоянен по модулю и принимает только два значения: плюс или минус в зависимости от того, правый или левый винт он составляет со скоростью движения. Других возможностей у $\hbar$ нет, что и объясняет известные затруднения при интерпретации постоянной Планка.

Электрический заряд тора определяется соотношением

$$\mathbf{e} = m\frac{\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{\Omega}}{|\boldsymbol{\Omega}|} \tag{1.3}$$

Знак выражения справа определяется направлением вращения малой окружности. Электрический заряд тора определяется тем, какой винт правый или левый $\boldsymbol{\omega}$ составляет с $\boldsymbol{\Omega}$. Но, если знак $\hbar$ определяется по отношению к скорости движения электрона, то его заряд не зависит от движения, а является внутренней характеристикой электрона. Какой знак соответствует электрону, предстоит еще выяснить. Для определенности в дальнейшем выберем знак плюс, и заряд электрона будем задавать равенством

$$\mathbf{e} = m\boldsymbol{\omega} \approx 7{,}3\cdot 10^{-10}\,\frac{кг}{с} \tag{1.4}$$

ставя минус для положительного заряда.

Зная размерность и величину (1.4) электрического заряда, можно все электродинамические величины выразить через механические. Это подробно проделано в приложении к основному тексту[1]. Приведем оттуда некоторые результаты, необходимые читателю данной статьи в дальнейшем.

Электрическое поле имеет размерность скорости, а магнитное поле безразмерно и имеет смысл угла поворота.

Электрическая постоянная

$$\varepsilon_0 \approx 1{,}87\cdot 10^{8}\,\frac{кг}{м^3} \tag{1.5}$$

имеет смысл плотности массы свободного эфира.

Магнитная постоянная

$$\mu_0 \approx 5{,}88\cdot 10^{-26}\,\frac{мс^2}{кг} \tag{1.6}$$

имеет смысл сжимаемости свободного эфира.

Приобретает простой гидродинамический смысл скорость звука в свободном эфире

$$c_0^2 = \frac{1}{\varepsilon_0\mu_0} \tag{1.7}$$

В целом электромагнитное поле оказывается просто специальным случаем поля гравитационного, как оно понимается в [2].

Вычислим кинетическую энергию электрона. Кинетическая энергия его экваториального вращения

$$K_1 = \frac{1}{2}mR^2\omega^2 = \frac{1}{2}mc^2$$

Кинетическая энергия его меридионального вращения

$$K_2 = \frac{1}{2}m\rho^2\Omega^2 = \frac{1}{2}mc^2$$

Суммарная кинетическая энергия

$$K = K_1 + K_2 = mc^2$$

К этому же результату придем другим путем

$$\hbar\cdot\boldsymbol{\omega} = mc^2 \tag{1.8}$$

Введем теперь некоторые понятия, которые нам потребуются в следующих параграфах. Выше отмечалось, что $|\mathbf{R}|$ совпадает с комптоновской длиной волны электрона и таким образом может рассматриваться как длина волны электрона.

Пусть в выбранной системе координат вектор

$$\mathbf{R} = (R_1, R_2, R_3) \tag{1.9}$$

Если бы волна, создаваемая электроном, была монохроматической плоской волной, то было бы необходимо ввести волновой вектор, параллельный скорости движения электрона $\mathbf{v}$. Вихревой характер электрона делает необходимым для описания волн электрона введение нормального вектора

$$\mathbf{p} = (\frac{2\pi}{R_1}, \frac{2\pi}{R_2}, \frac{2\pi}{R_3}), |\mathbf{p}| = \frac{2\pi}{|\mathbf{R}|}, \ \mathbf{p} // \mathbf{R} \qquad (1.10)$$

Это удобно потому, что по гидродинамическим соображениям вихрь описанного выше типа должен двигаться по нормали к своей экваториальной плоскости. Ввиду громоздкости и недостаточной разработанности соответствующей теории это обоснование не будет здесь приводиться. Просто сформулируем.

ПРЕДПОЛОЖЕНИЕ 1. Скорость движения электрона всегда перпендикулярна его экваториальной плоскости, а, следовательно, вектору $\mathbf{p}$

$$\mathbf{p} \perp \mathbf{v} \qquad (1.11)$$

Это предположение будет использоваться во всех выкладках следующих параграфов. Соответствие полученных результатов эксперименту является и экспериментальным оправданием предположения(1.11).

Для упрощения выкладок всюду ниже скорость движения электрона будем считать постоянной.

ПРЕДПОЛОЖЕНИЕ 2.

$$\mathbf{v} = const \qquad (1.12)$$

Это предположение, конечно, весьма ограничительно для электрона, однако вполне естественно для фотона, который является, пожалуй, главным объектом рассмотрения в данной статье. Предположение 1 дает возможность для нас более четко отделить понятие спина и понятие заряда электрона. Спин направлен по угловой скорости $\mathbf{\Omega}$, его знак, а, следовательно, и сам спин, не определен в статике. В этом смысле спин является динамической, внешней характеристикой электрона.

Заряд(1.3) направлен по радиусу $\mathbf{R}$ внутрь или вовне, или, если угодно, по нормальному вектору $\mathbf{p}$. Он тоже может быть только двух знаков. Однако это внутренняя характеристика электрона, не зависящая от его движения. Поэтому заряд адекватно характеризуется скаляром: модулем вектора и знаком при нем, что использовано в дальнейшем. Для характеристики же спина требуется дополнительно указать направление вектора скорости электрона.

2.Волновая форма обобщенных уравнений Максвелла.

В работе[1] автором было предложено следующее обобщение традиционных уравнений Максвелла

$$div\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad (2.1)$$

$$rot\mathbf{E} = \frac{-d\mathbf{B}}{dt} \qquad (2.2)$$

$$div\mathbf{B} = -\frac{\rho}{c\varepsilon_0} \qquad (2.3)$$

$$c^2 rot\mathbf{B} = \frac{d\mathbf{E}}{dt} \qquad (2.4)$$

Здесь ρ - плотность зарядов, ε_0 - электрическая постоянная, имеющая смысл плотности массы свободного эфира, c - псевдоскалярная скорость света (она меняет знак при переходе от правой тройки координат к левой).

Решениями этой системы являются вещественные функции

$$\mathbf{E} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left[-\frac{\mathbf{r}\times\mathbf{v}}{c} + \mathbf{r}\right] \qquad (2.5)$$

$$\mathbf{B} = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0 c}\left[\frac{\mathbf{r}\times\mathbf{v}}{c} + \mathbf{r}\right] \qquad (2.6)$$

что проверяется прямой подстановкой. Здесь и ниже $\mathbf{r}$ - радиус-вектор. Была также предложена обобщенная формула для силы Лоренца, которая описывает взаимодействие полей, порожденных двумя зарядами. Сила, с которой заряд 2 действует на заряд 1,

$$\mathbf{F}_{21} = -grad\left[4\pi\varepsilon_0 c r^3\left(\mathbf{B}_{12}\cdot\mathbf{E}_{21}\right)\right] + \frac{d}{dt}\left[4\pi\varepsilon_0 c r^3\left(\mathbf{B}_{12}\times\mathbf{B}_{21}\right)\right] \qquad (2.7)$$

Здесь двойные нижние индексы у полей означают поле, создаваемое зарядом, номер которого стоит первым, в местонахождении заряда, номер которого стоит вторым. Например $\mathbf{E}_{21}$ - электрическое поле, создаваемое зарядом 2 в местонахождении заряда 1. Подставив функции (2.5) и (2.6) в формулу (2.7), мы получим описание взаимодействия двух зарядов, которые покрывают все классические случаи, эффекты, ныне описываемые в рамках теории относительности, а также результаты известных автору экспериментов, которые не удается объяснить в рамках современной электродинамики, в частности эффекта Бома-Ахаронова и автофазировку пучков электронов. Предсказывается и ряд новых эффектов, которые требуют еще экспериментальной проверки.

Для того чтобы от описания полей, создаваемых движущимися электронами, перейти к описанию волны, порождаемой таким движением, нам придется от вещественных уравнений (2.1) и (2.4) перейти к следующей системе комплексных уравнений

$$div\mathbf{E} = i\omega\exp\{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})\} \qquad (2.8)$$

$$rot\mathbf{E} = -\frac{d\mathbf{B}}{dt} \qquad (2.9)$$

$$div\mathbf{B} = \frac{i\omega}{c}\exp\{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})\} \qquad (2.10)$$

$$c^2 rot\mathbf{B} = \frac{d\mathbf{E}}{dt} \qquad (2.11)$$

Здесь i – мнимая единица, ω - упомянутая в предыдущем параграфе угловая скорость вращения тора электрона, она же де-бройлевская частота покоящегося электрона $\left(\frac{mc^2}{\hbar}\right)$, $\mathbf{r}$ - радиус-вектор из начала координат к электрону, $\mathbf{p}$ - нормальный вектор, определенный в предыдущем параграфе. Прямой подстановкой проверим, что комплексные функции

$$\mathbf{E} = \omega\exp\{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} - \omega t)\}\left[\frac{\mathbf{p}\times\mathbf{v}}{p^2 c} + \frac{\mathbf{v}}{\omega}\right] + \omega\exp\{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})\}\frac{\mathbf{p}}{p^2} \qquad (2.12)$$

$$\mathbf{B} = \frac{\omega}{c}\exp\{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} - \omega t)\}\left[\frac{\mathbf{p}\times\mathbf{v}}{p^2 c} - \frac{\mathbf{v}}{\omega}\right] + \frac{\omega}{c}\exp\{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})\}\frac{\mathbf{p}}{p^2} \qquad (2.13)$$

удовлетворяют системе (2.8)-(2.11). Прежде чем перейти к проверке, обратим внимание на особенности функций (2.12) (2.13). Эти функции задают две волны. Одна бегущая. Ее амплитуда является суммой двух взаимно перпендикулярных векторов: один направлен по скорости движения другой перпендикулярно этой скорости. Вторая волна стоячая, ее колебания не зависят от времени. Векторная амплитуда этой волны направлена перпендикулярно плоскости, задаваемой амплитудами бегущей волны.

Проверим теперь прямой подстановкой, что функции (2.12) и (2.13) действительно являются решениями системы (2.8)-(2.11).

$$divE = i\omega \exp\{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}-\omega t)\}\left[\frac{\mathbf{p}\times\mathbf{v}}{p^2 c}+\frac{\mathbf{v}}{\omega}\right]\cdot\mathbf{p}+ \\ +i\omega\exp\{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})\}\frac{\mathbf{p}\cdot\mathbf{p}}{p^2}=i\exp\{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})\} \qquad (2.14)$$

Первое слагаемое здесь равно нулю, так как $\mathbf{p}$ перпендикулярен векторам в квадратной скобке. Аналогично проверяется равенство (2.10).

Проверим равенство (2.9)

$$rot\mathbf{E} = i\omega\exp\{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}-\omega t)\}\mathbf{p}\times\left[\frac{\mathbf{p}\times\mathbf{v}}{p^2 c}+\frac{\mathbf{v}}{\omega}\right]+ \\ +i\omega\exp\{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})\}\frac{\mathbf{p}\times\mathbf{p}}{p^2}=i\exp\{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})\}\left[\frac{\mathbf{p}\times\mathbf{v}}{\omega}+\frac{\mathbf{v}}{c}\right] \qquad (2.15)$$

$$-\frac{d\mathbf{B}}{dt}=-\frac{\omega}{c}(\mathbf{v}\cdot grad)\left\{\begin{matrix}\exp\{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}-\omega t)\}\left[\frac{\mathbf{p}\times\mathbf{v}}{p^2 c}+\frac{\mathbf{v}}{\omega}\right]- \\ -\frac{\omega}{c}\exp\{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})\}\frac{\mathbf{p}}{p^2}\end{matrix}\right\}+ \\ +\frac{i\omega^2}{c}\exp\{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}-\omega t)\}\left[\frac{\mathbf{p}\times\mathbf{v}}{p^2 c}+\frac{\mathbf{v}}{\omega}\right] \qquad (2.16)$$

Здесь первое слагаемое справа от знака равенства представляет собой конвективную производную от *B*. Оно равно нулю, поскольку

$$grad(\exp\{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}-\omega t)\})=i\mathbf{p}(\exp\{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}-\omega t)\})$$

а вектор $\mathbf{p}$ перпендикулярен $\mathbf{v}$. Это значит, что при фиксированном t волна движется вдоль поверхностей уровня $\mathbf{E}(x_1,x_2,x_3,t)=const$ и $\mathbf{B}(x_1,x_2,x_3,t)=const$. Условие $\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}=const$ во всякий момент t задает эту поверхность в пространстве. В рассматриваемом случае это просто плоскость. Подчеркнем: траектория движения лежит в этой плоскости, тогда как для плоской волны траектория движения перпендикулярна такой плоскости. Ненулевым справа от знака равенства в (2.16) остается только второе слагаемое, являющееся частной производной по времени от $\mathbf{B}$. Выделяя в скалярном множителе множитель $\frac{\omega}{c}$ и домножая на него векторную амплитуду в квадратных скобках, получим равенство с функцией (2.15), так как $\frac{\omega}{p^2c^2}=\frac{1}{\omega}$. Равенство (1.5) проверяется аналогично.

В бегущей волне, задаваемой первым слагаемым в функциях (2.12) и (2.13), колебания происходят как в продольном, так и в поперечном направлениях. Эта волна очевидно равна нулю, если электрон покоится ($\mathbf{v}=\mathbf{0}$). Стоячая волна, задаваемая вторым слагаемым в функциях (2.12) и (2.13), зависит лишь от пространственных координат, она не движется в пространстве ни с какой скоростью, а существует извечно. Именно это слагаемое порождает кулоново взаимодействие зарядов. Поэтому можно сказать, что кулонова сила – дальнодействующая, в отличие взаимодействий, связанных с движением зарядов, которые распространяются в эфире со скоростью движения электрона. В целом же волны (2.12) и (2.13) существенно трехмерны и не могут быть описаны плоской монохроматической волной.

3.Фотон.

Фундаментальным отличием фотона от электрона является отсутствие у него электрического заряда. Чтобы представить себе фотон зрительно, рассмотрим результаты экспериментов по аннигиляции пары электрон-позитрон. Согласно принятой выше модели электрон и позитрон отличаются направлением меридионального вращения относительно их экваториального вращения. Они оба двигаются по нормали к своей экваториальной плоскости. При этом возможны контакты следующего вида.

1. Направления их меридионального вращения совпадают. Тогда при контакте должен произойти разрыв торов за счет противоположного направления их экваториальных вращений. С ростом энергии столкновения число образовавшихся при этом цилиндров (новых частиц) должно увеличиваться.
2. Направление экваториального вращения электрона и позитрона противоположно (суммарный спин равен нулю). Происходит разрыв каждого из торов в точке соприкосновения за счет противоположного направления меридиональных вращений. Получаются два цилиндра, вращающихся вокруг своих осей. При малых энергиях столкновения, по-видимому, возможны случаи, когда обе частицы сохраняют тороидальную форму, но взаимно гасят экваториальное вращение, теряют заряд.

Для спина фотона вместо равенства (1.2) получим

$$\mathbf{S} = m\mathbf{R} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}) = \boldsymbol{\omega} mR^2 = \hbar$$

Сказанное вынуждает нас принять в качестве модели фотона цилиндр, вращающийся вокруг своей оси и осциллирующий вдоль нее. Отметим, что принятая модель не более чем образ, долженствующий дать читателю некоторую «зрительную зацепку». Формальный аппарат, к описанию которого мы переходим, работает и в случае, если фотон – это тор без экваториального вращения. Тогда продольные осцилляции получат смысл осцилляций малого радиуса тора. Адекватную же модель, судя по всему, удастся получить только в терминах комплексных чисел или, скорее всего, кватернионов.

Перейдем к формальному описанию фотона. Поскольку он лишен заряда, описывающие его уравнения должны иметь вид

$$div\mathbf{E} = 0 \tag{3.1}$$

$$rot\mathbf{E} = -\frac{d\mathbf{B}}{dt} \tag{3.2}$$

$$div\mathbf{B} = 0 \tag{3.3}$$

$$c^2 rot\mathbf{B} = \frac{d\mathbf{E}}{dt} \tag{3.4}$$

Методами предыдущего параграфа проверяется, что решениями этой системы являются функции

$$\mathbf{E} = \omega \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega t)\}\left[\frac{\mathbf{p} \times \mathbf{c}}{p^2 c} + \frac{\mathbf{c}}{\omega}\right] \tag{3.5}$$

$$\mathbf{B} = \frac{\omega}{c} \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega t)\}\left[\frac{\mathbf{p} \times \mathbf{c}}{p^2 c} - \frac{\mathbf{c}}{\omega}\right] \tag{3.6}$$

Здесь полужирным $\mathbf{c}$ обозначается векторная скорость фотона.

В формулах (3.5)-(3.6) от волны, создаваемой движущимся электроном, осталась только бегущая волна. Как и в волнах (2.12) и (2.13), она задает крутильные колебания в плоскости, перпендикулярной скорости движения, и продольные колебания вдоль движения. Зрительно это можно себе представить как вращение цилиндра-фотона вокруг своей оси и продольные колебания вдоль нее. Ось цилиндра направлена по скорости движения.

Конечно, фотоны порождаются не только при аннигиляции электрических зарядов. Необходимые и достаточные условия их появления еще предстоит найти. Некоторые достаточные условия сформулированы в работе автора[4]. В целом можно сказать, что появление фотонов связано с завихрениями эфира, которые проистекают по весьма различным причинам. Соответственно в вихри втягиваются различные массы из эфира. Различны и размеры и угловые скорости вращений в фотоне-вихре. Посмотрим, как они должны выглядеть, чтобы удовлетворять известным экспериментальным фактам.

Во-первых, должно выполняться равенство

$$\frac{m}{p^2}\boldsymbol{\omega} = \hbar \tag{3.7}$$

Здесь m - масса фотона, втянутая в вихрь из эфира при его образовании, $\mathbf{p}$ - нормальный вектор, направленный от оси цилиндра и перпендикулярный скорости, $\boldsymbol{\omega}$ - вектор угловой скорости, $\hbar$ - векторная постоянная Планка.

Это соотношение выполняется в случае электрона, что можно было бы считать его характерным свойством. Однако опыт показывает, что и для фотонов самой различной массы между этой массой, частотой осцилляции и длиной волны или, что то же самое, величиной радиуса цилиндра, существует такая взаимосвязь, что выполняется равенство (3.7). Причина этого остается таинственной. Мы можем только фантазировать здесь, например, предположив, что масса не существует в эфире готовой, а создается в ходе завихрения. И равенство (3.7) есть просто условие ее появления. Так что странная идея, что масса покоя у фотона равна нулю, оказывается не такой уж дикой. Тогда не исключено, что существует некая минимальная масса, меньше которой не может быть создано. А тогда для достаточно длинных волн описание (3.1)-(3.4) уже не будет адекватным и станет корректным описание, например, в виде традиционной плоской волны. То же относится и к некоторой максимальной массе. Не исключено, что для фотонов существует некая максимальная частота и соответственно максимальная масса. Процессы с большей частотой надо тогда описывать каким-то новым способом. Понимание этого объяснило бы тогда и тот факт, что масса протона намного больше массы электрона.

Поэтому примем равенство (3.7) как не выводимый нами факт со ссылкой на эксперимент. Домножив (3.7) скалярно на $\boldsymbol{\omega}$, получим

$$\frac{m\omega^2}{P^2} = mc^2 = \hbar\cdot\boldsymbol{\omega} \qquad (3.8)$$

К этому же результату мы придем непосредственно, исходя из вида полей (3.5) и (3.6). Найдем работу, производимую этими полями. Эта работа должна определить энергию фотона (3.8), полученную из (3.7).

Пусть $\mathbf{E}^*$ - функция, сопряженная $\mathbf{E}$. Тогда

$$\mathbf{E}\mathbf{E}^* = \omega^2\left[\frac{\mathbf{p}\times\mathbf{c}}{p^2c} + \frac{\mathbf{c}}{\omega}\right]^2 = 2c^2 \qquad (3.9)$$

Кинетическая энергия электрического поля

$$K = \frac{1}{2}m\mathbf{E}\mathbf{E}^* = mc^2 \qquad (3.10)$$

К ней должна добавится энергия магнитного поля, точнее, та ее часть, которая порождается проекцией поля $\mathbf{B}$ на направление поля $\mathbf{E}$, поскольку сила, перпендикулярная $\mathbf{E}$, работы совершать не будет. Может создаться впечатление, что векторы (3.5) и (3.6) коллинеарны. Проверим это, скалярно перемножив их векторные амплитуды, задаваемые квадратными скобками в (3.5) и (3.6)

$$\left[\frac{\mathbf{p}\times\mathbf{c}}{p^2c} + \frac{\mathbf{c}}{\omega}\right]\cdot\left[\frac{\mathbf{p}\times\mathbf{c}}{p^2c} - \frac{\mathbf{c}}{\omega}\right] = \left[\frac{(\mathbf{p}\times\mathbf{c})^2}{p^4c^2} - \frac{c^2}{\omega^2}\right] = \left[\frac{1}{p^2} - \frac{1}{p^2}\right] = 0$$

Другими словами $\mathbf{E}\perp\mathbf{B}$, то есть сила, создаваемая $\mathbf{B}$, не будет совершать работы, и в эксперименте по определению энергии фотона не проявится. Окончательно энергия фотона будет задаваться формулой (3.10). Мы могли бы, конечно, начать с вычисления энергии магнитного поля

$$c^2\mathbf{B}\mathbf{B}^* = \omega^2\left[\frac{\mathbf{p}\times\mathbf{c}}{p^2c} - \frac{\mathbf{c}}{\omega}\right]^2 = 2c^2$$

Теперь уже энергия электрического поля оказалась бы не проявленной, и мы снова пришли бы к формуле (3.10). Взяв, наконец, произвольное направление в плоскости, задаваемой векторами $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ и сложив работу проекций электрического и магнитного полей на это направление, опять придем к величине mc^2.

Ясен физический смысл полученного результата: кинетическая энергия фотона удваивается за счет колебаний в двух перпендикулярных направлениях.

Интересно сравнить это с энергией электрона. Используя вид электрического поля (2.12), получим для электрона

$$\mathbf{E}\mathbf{E}^* = \omega^2 \left[\frac{\mathbf{p} \times \mathbf{v}}{p^2 c} + \frac{\mathbf{v}}{\omega} \right]^2 + \frac{\omega^2}{p^2} = 2v^2 + c^2 \quad (3.11)$$

Кинетическая энергия электрического поля электрона

$$K = \frac{1}{2} m \mathbf{E}\mathbf{E}^* = mv^2 + \frac{1}{2} mc^2 \quad (3.12)$$

Однако электрическое и магнитное поля электрона (2.12) и (2.13) содержат и коллинеарную компоненту, а именно постоянное поле, направленное по $\mathbf{p}$, которое добавится к энергии электрического поля. Для электрона эта компонента магнитного поля

$$\mathbf{B}_{11} = \frac{\omega}{c} \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})\} \frac{\mathbf{p}}{p^2}$$

$$c^2 \mathbf{B}_{11} \cdot \mathbf{B}_{11}^* = \frac{\omega^2}{p^2} = c^2$$

Его кинетическая энергия

$$K = \frac{1}{2} m \mathbf{B}_{11} \cdot \mathbf{B}_{11}^* = \frac{1}{2} mc^2 \quad (3.13)$$

Складывая (3.12) и (3.13) для электрона в целом получим

$$K = mv^2 + mc^2 \quad (3.14)$$

Как и в случае фотона, мы могли бы начать не с электрического, а с магнитного поля и получить тот же самый результат.

В (3.14) первое слагаемое определяет вклад в энергию электрона от его движения. Оно определяется скоростью движения электрона, что хорошо согласуется с идеей Де-Бройля о волнах материи. Проведем это сравнение более детально. Согласно Де-Бройлю энергия электрона имеет вид

$$K = mc^2 + \frac{1}{2} mv^2 + \Pi,$$

где Π - потенциальная энергия, которая не определяется явно. Можно сказать, что формула (3.13) задает потенциальную энергию явно. Из предложенной схемы следует, что потенциальная энергия у Де-Бройля должна быть равна кинетической.

Второе слагаемое в (3.14) – энергия покоящегося электрона. Численно она равна энергии фотона с массой электрона. Однако их физический смысл разный. У фотона это энергия одного из полей, колеблющегося в двух перпендикулярных направлениях, и она порождена движением. У электрона – это энергия двух полей, колеблющихся в одном направлении, и она не связана с движением.

У читателя может остаться чувство неудовлетворенности: почему все же одно из полей в бегущей волне не вносит своего вклада в общую энергию.

Ответ состоит в то, что во все вычисления энергии существенно и равноправно входила мнимая компонента полей. Мы бы не получили соответствия с экспериментом, если бы учитывали только вещественную часть поля. Это означает, что в характеристику поля существенным образом входит мнимая часть, ныне совершенно игнорируемая в физике. Эту часть, по-видимому, можно назвать потенциальной или непроявленной частью поля. Тогда результат (3.10) можно понять как сумму кинетической и потенциальной энергии. Отметим, что последнее понятие очень смутно определяется в современной физике.

Хотя, как мы видим, полученные результаты приводят к новым вопросам, они все же снимают ряд трудностей современной теории, в частности вопрос о величине «электромагнитной массы» электрона, «бесконечности энергии электрического поля электрона». Снимается и вопрос о «самодействии электрона»: электрон создается вращением некоторой массы, а электрическое поле является частным случаем поля гравитационного, как оно понимается в работе[2].

Остановимся еще на одном моменте. Поляризация фотона естественно определяется правым или левым винтом при его вращении в движении.

Линейной поляризации соответствуют колебания вдоль вектора $\mathbf{p} \times \mathbf{v}$ в фиксированной плоскости. Линейно поляризованный поток фотонов использовался для якобы экспериментального доказательства отсутствия в фотоне продольных колебаний: при повороте на $\pi/2$ анализатора, пропускающего фотоны, поляризованные в одной плоскости, и не пропускающего фотоны, поляризованные в перпендикулярной плоскости, свет пропадал. Рассуждают при этом так: если бы у фотона была продольная компонента, она бы должна была остаться при таком повороте. Но волны (3.5) и (3.6) напоминают поверхностные волны на границе двух сред, в том отношении, что продольные и поперечные колебания в них связаны. Поперечные и продольные колебания в волнах (3.5) и (3.6) жестко связаны как во времени, так и в пространстве, и подавление одного колебания приводит к подавлению другого. Мысль о том, что электромагнитные волны должны быть аналогичны поверхностным, была, по-видимому, первым высказана П.Д. Пруссовым в его монографии([5], стр.44)

Сравним функции (3.5) и (3.6) и волны, обычно рассматриваемые в оптике. Предварительно выпишем уравнения Максвелла для света в их традиционной форме.

$$div\mathbf{E} = 0 \tag{3.15}$$

$$rot\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{3.16}$$

$$div\mathbf{B} = 0 \tag{3.17}$$

$$c^2 rot\mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \tag{3.18}$$

В качестве решений этой системы обычно рассматривают функции

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp\{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)\} \tag{3.19}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 \exp\{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)\} \tag{3.20}$$

Напомним, что волновой вектор $\mathbf{k}$ по модулю равен нормальному вектору $\mathbf{p}$, но направлен по скорости, тогда как $\mathbf{p}$ перпендикулярен скорости.

Поскольку для функций (3.5) и (3.6) конвективная производная равна нулю, они удовлетворяют не только системе (3.1)-(3.4) с полными производными по времени, но и системе (3.15)-(3.18) с частными производными по времени. Так что они в принципе могли бы уже давно рассматриваться как описание электромагнитных волн. Взять в качестве решений системы (3.15)-(3.18) функции (3.19) и (3.20) заставила, по-видимому, традиция описания поперечных волн в обычных средах. Однако такое описание не учитывает крутильный характер колебаний в электромагнитной волне. Формально это проявляется в том, что функции (3.19) и (3.20) не удовлетворяют обобщенным уравнениям Максвелла(3.1)-(3.4) и, следовательно, неадекватно описывают электромагнитные волны, что и проявляется в известных парадоксах квантовой механики.

4. Энергия, импульс и сила взаимодействия двух фотонов.

Согласно формулам работы[1], для того чтобы найти силу взаимодействия электромагнитных частиц, предварительно надо найти энергию и импульс взаимодействия по формулам той же работы[1].

Начнем с взаимодействия фотонов. Пусть

$$\mathbf{E}_1 = \omega_1 \exp\{i((\mathbf{p}_1\cdot\mathbf{r}) - \omega_1 t)\}\left[\frac{\mathbf{p}_1\times\mathbf{c}_1}{p_1^2 c} + \frac{\mathbf{c}_1}{\omega_1}\right] \tag{4.1}$$

$$\mathbf{B}_1 = \frac{\omega_1}{c} \exp\{i((\mathbf{p}_1\cdot\mathbf{r}) - \omega_1 t)\}\left[\frac{\mathbf{p}_1\times\mathbf{c}_1}{p_1^2 c} - \frac{\mathbf{c}_1}{\omega_1}\right] \tag{4.2}$$

электрическое и магнитное поле фотона 1. Здесь $\mathbf{c}_1$ - векторная скорость фотона 1, $|\mathbf{c}_1| = c$, где c - скалярная скорость света.

Аналогично для второго фотона имеем

$$\mathbf{E}_2^* = \omega_2 \exp\{-i((\mathbf{p}_2\cdot\mathbf{r}) - \omega_2 t)\}\left[\frac{\mathbf{p}_2\times\mathbf{c}_2}{p_2^2 c} + \frac{\mathbf{c}_2}{\omega_2}\right] \tag{4.3}$$

$$\mathbf{B}_2^* = \frac{\omega_2}{c}\exp\{-i((\mathbf{p}_2\cdot\mathbf{r})-\omega_2 t)\}\left[\frac{\mathbf{p}_2\times\mathbf{c}_2}{p_2^2 c}-\frac{\mathbf{c}_2}{\omega_2}\right] \qquad (4.4)$$

Здесь $\mathbf{E}_2^*$ и $\mathbf{B}_2^*$ - сопряженные электрическое и магнитное поля фотона 2.

Энергия взаимодействия двух фотонов будет определяться формулой (2.7), модернизированной для фотонов. Предварительно вычислим функцию

$$K_{21} = c\mathbf{E}_1\cdot\mathbf{B}_2^* = \omega_1\omega_2\exp\{i((\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_2)\cdot r-(\omega_1-\omega_2))t\}\cdot$$
$$\cdot\left[\frac{(\mathbf{p}_1\times\mathbf{c}_1)\cdot(\mathbf{p}_2\times\mathbf{c}_2)}{p_1^2p_2^2c^2}+\frac{\mathbf{c}_1\cdot(\mathbf{p}_2\times\mathbf{c}_2)}{\omega_1 p_1^2 c}-\frac{\mathbf{c}_2\cdot(\mathbf{p}_1\times\mathbf{c}_1)}{\omega_2 p_2^2 c}-\frac{\mathbf{c}_1\cdot\mathbf{c}_2}{\omega_1\omega_2}\right] \qquad (4.5)$$

Функция (4.5) задает колебания энергии взаимодействия. Напомним, что энергия отдельного фотона постоянна. А вот энергия взаимодействия двух фотонов колеблется и ведет себя как волна.

Функцию

$$L_{21} = \frac{m_1\cdot m_2}{\varepsilon_0}K_{21} \qquad (4.6)$$

будем называть интегральной энергией или просто энергией взаимодействия, если ясно, о чем идет речь. Она имеет размерность энергии, умноженной на объем, и определяет энергию в объеме взаимодействия. Здесь m_1 и m_2 - массы фотонов, а ε_0 - электрическая постоянная, имеющая смысл плотности массы свободного эфира.

В показателе экспоненты формулы (4.5) следовало бы, конечно, писать не $(\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_2)\cdot\mathbf{r}$, а $(\mathbf{p}_1\cdot\mathbf{r}_1-\mathbf{p}_2\cdot\mathbf{r}_2)$, ведь радиус-векторы фотонов 1 и 2 $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ не совпадают. Однако поскольку речь идет об энергии взаимодействия в некотором объеме взаимодействия, можно говорить о радиус-векторе этого объема, положив

$$\mathbf{r} = (\mathbf{r}_1+\mathbf{r}_2)/2 \qquad (4.7)$$

$$-\,gradL_{21} = -\frac{im_1m_2\omega_1\omega_2}{\varepsilon_0}\Delta\mathbf{p}\exp\{i(\Delta\mathbf{p}\cdot r-\Delta\omega t)\}\cdot$$
$$\cdot\left[\frac{(\mathbf{p}_1\times\mathbf{c}_1)\cdot(\mathbf{p}_2\times\mathbf{c}_2)}{p_1^2p_2^2c^2}+\frac{\mathbf{c}_1\cdot(\mathbf{p}_2\times\mathbf{c}_2)}{\omega_1 p_1^2 c}-\frac{\mathbf{c}_2\cdot(\mathbf{p}_1\times\mathbf{c}_1)}{\omega_2 p_2^2 c}-\frac{\mathbf{c}_1\cdot\mathbf{c}_2}{\omega_1\omega_2}\right] \qquad (4.8)$$

Здесь $\Delta\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_2)$, $\Delta\omega = (\omega_1-\omega_2)$.

Функция (4.8) имеет размерность силы, умноженной на объем. Это сила, проинтегрированная по объему взаимодействия. В некотором смысле это понятие симметрично понятию плотности силы, которую можно рассматривать как производную силы по объему. В дальнейшем функцию (4.8) будем называть интегральной или просто силой, если понятно о чем идет речь. Она описывает интегральное воздействие фотона 2 на фотон 1 за счет градиента энергии. Поясним физический смысл функций (4.6) и (4.8) для некоторых частных случаев.

Пусть $\mathbf{c}_1 = \mathbf{c}_2$, то есть скорости фотонов сонаправлены. Пусть $|\omega_1| = |\omega_2|$. Положим $\omega = \pm|\omega_1|$. Мы предположили, что частота фотонов одинакова по величине. Случаю $\omega = \omega_1$ соответствуют сонаправленные спины, случаю $\omega = -\omega_1$ - противоположно направленные спины. Напомним, что угловая скорость фотона может принимать только два значения: быть направленной по или против движения фотона. При этом случаю правого винта соответствует знак плюс, а случаю левого винта знак минус. Для фотонов следует еще выделить случай «нейтрального знака» у спина, когда происходит не вращение, а колебание фотона вдоль радиуса в выделенной плоскости, проходящей через ось цилиндра. Физически это проявляется в том, что в аппарате Штерна-Герлаха фермионы распадаются на два пучка, а безоны – на три.

Рассмотрим случай $\omega = \omega_1$, то есть случай когерентных фотонов.

Если скорости фотона параллельны, то вектора $\mathbf{p}_1$ и $\mathbf{p}_2$ - компланарны. В общем случае они не обязаны быть коллинеарными, угол между ними определяется поляризацией фотона при его рождении. $\Delta\mathbf{p}$ является аналогом разности фаз у поперечных волн и имеет смысл разности поляризаций фотонов.

Рассмотрим следующий подслучай. $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2$, то есть случай совпадения поляризаций у фотонов дополнительно к их когерентности. Тогда, очевидно, $\Delta\mathbf{p} = 0$, и вся сила (4.8) равна нулю. А вот энергия взаимодействия (4.6) нулю равна не будет. Действительно, колебания функции K_{21} не будут иметь места, поскольку $\Delta\omega = (\omega_1 - \omega_2) = 0$ по предположению сделанному выше. При этом энергия взаимодействия остается постоянной, но не равной нулю.

$$L_{21} = \frac{m^2 \cdot c^2}{\varepsilon_0} \tag{4.9}$$

Равенство $m_1 = m_2 = m$ следует из равенства $|\omega_1| = |\omega_2|$.

Пусть теперь $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$, то есть поляризация фотонов противоположна.

Тогда $\Delta p = 2p_1$. Период пространственного колебания максимален. Окончательно получим

$$L_{21} = -\frac{m^2 c^2}{\varepsilon_0} \exp\{i(2\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r})\} \tag{4.10}$$

$$\mathbf{F}_{21}^1 = \frac{2im^2 c^2}{\varepsilon_0} \exp\{i(2\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r})\}\mathbf{p}_1 \tag{4.11}$$

В общем случае будут работать формулы (4.6) и (4.8). Если в рассмотренных частных случаях когерентных фотонов интерференционная картина стабильна, то в общем случае она будет функцией координат и времени.

Два определения силы: как производной по времени от импульса и как градиента кинетической энергии тела считаются эквивалентными в современной физике. Проверим это. Пусть $m\mathbf{v}$ - импульс тела, а $\frac{1}{2}mv^2$ - его кинетическая энергия.

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = m(\mathbf{v} \cdot grad)\mathbf{v} + \mathbf{v}(\mathbf{v} \cdot grad\ m) + \frac{\partial m}{\partial t}\mathbf{v} + m\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \tag{4.12}$$

$$grad\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = m(\mathbf{v} \cdot grad)\mathbf{v} + \frac{1}{2}v^2 grad\ m \tag{4.13}$$

У этих выражений совпадает только первое слагаемое справа от знака равенства. Так что равенство между (4.12) и (4.13) имеет место, только если $m = const$, а скорость $\mathbf{v}$ не зависит явно от времени t. Именно этот случай обычно и рассматривается в учебниках. При описании же силы взаимодействия не будет и этого совпадения: первое слагаемое в (4.12) будет зависеть от скорости активного фотона (в нашем случае второго), а первое слагаемое в (4.13) – от векторной разности скоростей. В случае фотонов эта разность может быть не равна нулю за счет несовпадения направлений движения. Поэтому в определение обобщенной силы Лоренца (2.7) входят два слагаемых: градиент энергии взаимодействия и производная от импульса взаимодействия. Мы нашли первое из них. Теперь найдем второе.

Импульс взаимодействия двух фотонов в свободном эфире

$$\mathbf{P}_{21} = \frac{cm_1 m_2}{\varepsilon_0}\left[\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2^*\right] \tag{4.14}$$

Подставляя выражения для полей из (4.2) и (4.4), получим

$$\mathbf{P}_{21} = \frac{m_1 m_2 \omega_1 \omega_2}{\varepsilon_0 c} \exp\{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \Delta \omega t)\} \cdot \\ \cdot \left[\frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1) \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{c}_2)}{p_1^2 p_2^2 c^2} + \frac{\mathbf{c}_2 \times (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1)}{p_1^2 \omega_2 c} - \\ - \frac{\mathbf{c}_1 \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{c}_2)}{p_2^2 \omega_1 c} + \frac{\mathbf{c}_1 \times \mathbf{c}_2}{\omega_1 \omega_2} \right] \qquad (4.15)$$

$$\frac{d}{dt}\mathbf{P}_{21} = (\Delta \mathbf{v} \cdot grad)\mathbf{P}_{21} + \frac{\partial \mathbf{P}_{21}}{\partial t} \qquad (4.16)$$

Здесь $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$.

Подставляя выражение (4.15) для $\mathbf{P}_{21}$, получим

$$\frac{d}{dt}\mathbf{P}_{21} \equiv \mathbf{F}_{21}^2 = \frac{i m_1 m_2 \omega_1 \omega_2}{\varepsilon_0 c}(\Delta \mathbf{v} \cdot \Delta \mathbf{p} - \Delta \omega) \cdot \\ \cdot \exp\{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \Delta \omega t)\} \cdot \\ \cdot \left[\frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1) \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{c}_2)}{p_1^2 p_2^2 c^2} + \frac{\mathbf{c}_2 \times (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1)}{p_1^2 \omega_2 c} - \\ - \frac{\mathbf{c}_1 \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{c}_2)}{p_2^2 \omega_1 c} + \frac{\mathbf{c}_1 \times \mathbf{c}_2}{\omega_1 \omega_2} \right] \qquad (4.17)$$

Чтобы пояснить выражение (4.17) распишем некоторые сомножители явно.

$$\Delta \mathbf{v} \cdot \Delta \mathbf{p} = (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \cdot (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) = \mathbf{v}_1 \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_1 \mathbf{v}_2 - \mathbf{p}_2 \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 \mathbf{p}_2 \qquad (4.18)$$

Справа от второго знака равенства крайние слагаемые всегда равны нулю по определению. А вот средние могут быть и неравны нулю. Так что

$$\Delta \mathbf{v} \Delta \mathbf{p} = -(\mathbf{p}_1 \mathbf{v}_2 + \mathbf{p}_2 \mathbf{v}_1) \qquad (4.19)$$

$$(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1) \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{c}_2) = \mathbf{p}_2(\mathbf{c}_2 \cdot (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1)) - \mathbf{c}_2(\mathbf{p}_2 \cdot (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1)) \qquad (4.20)$$

Рассмотрим некоторые поясняющие частные случаи.

1. $\mathbf{c}_1 = \pm \mathbf{c}_2$

   В этом случае квадратная скобка равна нулю. Так что и импульс (4.15), и сила (4.17) равны нулю.

2. $\Delta \mathbf{p} \cdot \Delta \mathbf{v} - \Delta \omega = 0$

   Это оказывается возможным, если направления векторов $\mathbf{p}_1$ и $\mathbf{p}_2$ и скоростей $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$ таковы, что (4.18) равно разности частот $\Delta \omega$. В этом случае круглая скобка в (4.17) равна нулю, а тогда и все выражение (4.17) равно нулю.

В общем случае как импульс (4.15), так и сила (4.17) нулю не равны и представляют собой некоторую волну, точнее крутильное колебание, переносящее массу или, если угодно, колеблющийся вихрь, движущийся со скоростью звука в эфире. Последнее свойство и придает фотону свойство частицы. При этом между фотонами возникает сила взаимодействия

$$\mathbf{F}_{21} = \mathbf{F}_{21}^1 + \mathbf{F}_{21}^2 \qquad (4.21)$$

где слагаемые задаются формулами (4.8) и (4.17).

Если эта сила равна нулю, два фотона будут двигаться «не мешая друг другу» (когерентные фотоны). Если же сила (4.21) не равна нулю, то между фотонами возникнет сила, направленная под углом к скорости движения ($\mathbf{F}_{21}^1$ направлена по $\Delta \mathbf{p}$, а $\mathbf{F}_{21}^2$ по направлению вектора в квадратных скобках формулы (4.17)). В результате пучок фотонов примет конусообразный вид, что и наблюдается в опыте.

5. Энергия, импульс и сила взаимодействия двух электронов.

Формулы для энергии, импульса и силы взаимодействия двух зарядов похожи на формулы предыдущего параграфа, но к ним добавляются слагаемые за счет колебаний вдоль нормального вектора $\mathbf{p}$.

Будем говорить о взаимодействии двух электронов.

Пусть

$$\mathbf{E}_1 = \omega_1 \exp\{i(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t)\}\left[\frac{\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1}{p^2 c} + \frac{\mathbf{v}_1}{\omega_1}\right] + \\ + \omega_1 \exp\{i(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r})\}\frac{\mathbf{p}_1}{p^2} \tag{5.1}$$

$$\mathbf{B}_1 = \frac{\omega_1}{c} \exp\{i(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t)\}\left[\frac{\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1}{p^2 c} - \frac{\mathbf{v}_1}{\omega_1}\right] + \\ + \frac{\omega_1}{c} \exp\{i(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r})\}\frac{\mathbf{p}_1}{p^2} \tag{5.2}$$

электрическое и магнитное поля первого электрона, а

$$\mathbf{E}_2^* = \omega_2 \exp\{-i(\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega_2 t)\}\left[\frac{\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2}{p^2 c} + \frac{\mathbf{v}_2}{\omega_2}\right] + \\ + \omega_2 \exp\{-i(\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r})\}\frac{\mathbf{p}_2}{p^2} \tag{5.3}$$

$$\mathbf{B}_2^* = \frac{\omega_2}{c} \exp\{-i(\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega_2 t)\}\left[\frac{\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2}{p^2 c} - \frac{\mathbf{v}_2}{\omega_2}\right] + \\ + \frac{\omega_2}{c} \exp\{-i(\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r})\}\frac{\mathbf{p}_2}{p^2} \tag{5.4}$$

сопряженные электрическое и магнитное поля второго электрона (здесь $p_1^2 = p_2^2 = p^2$). Поскольку рассматриваются однотипные частицы $p_1^2 = p_2^2 = p^2$, $\omega_1 = \pm\omega_2$, $m_1 = m_2 = m$.

Интегральная энергия взаимодействия двух электронов в свободном эфире

$$L_{21} = \frac{m_1 m_2 \omega_1 \omega_2}{\varepsilon_0} \left\{ \begin{aligned} & \exp\{i((\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)\cdot \mathbf{r} - (\omega_1 - \omega_2)t)\} \cdot \\ & \cdot \left[\begin{aligned} & \frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1)\cdot(\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p^4 c^2} + \frac{\mathbf{v}_1 \cdot (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{\omega_1 p^2 c} - \\ & - \frac{\mathbf{v}_2 \cdot (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1)}{\omega_2 p_1^2 c} - \frac{\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2}{\omega_1 \omega_2} \end{aligned} \right] + \\ & + \exp\{i((\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)\cdot \mathbf{r} + \omega_2 t)\} \cdot \\ & \cdot \left[\frac{\mathbf{p}_1 \cdot (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p^4 c} - \frac{\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{v}_2}{p^2 c} \right] + \\ & + \exp\{i((\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)\cdot \mathbf{r} - \omega_1 t)\} \cdot \\ & \cdot \left[\frac{\mathbf{p}_2 \cdot (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1)}{p^4 c} - \frac{\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{v}_1}{p^2 c} \right] + \\ & + \exp\{i((\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)\cdot \mathbf{r})\} \cdot \frac{\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2}{p^4} \end{aligned} \right\} \qquad (5.5)$$

Формулу (5.5) поясним на весьма частном, но важном примере. Пусть

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2 = 0,\ \mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2,\ \omega_1 = \omega_2 \qquad (5.6)$$

Условие (5.6) означает, что все слагаемые в (5.5), кроме последнего, равны нулю, а последнее слагаемое не колеблется. Имеем: интегральная энергия взаимодействия двух покоящихся электронов

$$L_{21} = \frac{m_1 \omega_1 m_2 \omega_2}{\varepsilon_0 p^2} \qquad (5.7)$$

Напомним, что $m_1\omega_1 = q_1$, $m_2\omega_2 = q_2$ - заряды, знак которых определяется знаками ω_1 и ω_2, а $1/p^2 = R^2$, где R - радиус большей окружности, задающей тор. Напомним также, что радиус малой окружности, задающей тор, $\rho = 1/2\,R$.

Из предпоследнего условия (5.6) следует, что экваториальные плоскости зарядовых торов параллельны. Функция (5.7) есть интегральная энергия, действующая в объеме между экваториальными сечениями торов и удвоенным радиусом экваториальной окружности. Найдем этот объем. Площадь экваториального сечения тора

$$S = \pi\left[\left(\frac{3}{2}R\right)^2 - \left(\frac{1}{2}R\right)^2\right] = 2\pi R^2 \qquad (5.8)$$

Объем взаимодействия

$$V = S \cdot R = 2\pi R^3 \qquad (5.9)$$

Внутри этого объема энергия (5.7) постоянна, следовательно, сила взаимодействия равна нулю. Нам интересно понять, как заряды будут взаимодействовать на расстоянии $r > R$. Объем взаимодействия в этом случае

$$V = 2\pi R^2 \cdot r \qquad (5.10)$$

Изменится и формула для энергии взаимодействия.

При контактном взаимодействии она удваивается, как было показано выше. Если же мы рассматриваем удаленные друг от друга заряды, мы должны пользоваться классической формулой для кинетической энергии. Другими словами, чтобы найти энергию взаимодействия удаленных друг от друга зарядов, мы должны интегральную энергию взаимодействия (5.7) разделить на объем (5.10) и еще на 2.

Окончательно получаем для данного случая: уже обычная, а не интегральная энергия

$$E_{21}=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} \tag{5.11}$$

Вычисляя минус градиент этой энергии, получим: уже традиционная, а не интегральная сила взаимодействия двух зарядов

$$\mathbf{f}_{21}=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\mathbf{r}_{21} \tag{5.12}$$

где $\mathbf{r}_{21}$ - радиус-вектор от заряда 2 к заряду 1.

Итак, внутри объема контактного взаимодействия энергия взаимодействия постоянна, а поэтому сила взаимодействия равна нулю. Между удаленными же зарядами энергия взаимодействия убывает как расстояние, поэтому между этими зарядами возникает привычный потенциал Кулона.

Ослабим теперь первое из условий (5.6), оставив остальные.

Пусть

$$\mathbf{v}_1=\mathbf{v}_2=\mathbf{v},\ \mathbf{p}_1=\mathbf{p}_2,\ \omega_1=\omega_2 \tag{5.13}$$

то есть заряды летят «бок о бок» с одинаковыми скоростями. Тогда с учетом того, что $\omega^2/p^2=c^2$

$$E_{21}=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}\left[1-\frac{v^2}{c^2}\right] \tag{5.14}$$

$$\mathbf{f}_{21}=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[1-\frac{v^2}{c^2}\right]\mathbf{r}_{21} \tag{5.15}$$

что согласуется с примером 3[1, стр.49], в котором надо положить $\cos\theta=0$, поскольку заряды движутся «бок о бок». Второе слагаемое в квадратных скобках является классической силой Лоренца, оно ослабляет кулоново отталкивание между двумя параллельными пучками электронов и проявляется как сила притяжения между двумя нейтральными проводниками с параллельными токами, когда кулонова сила отсутствует

$$\mathbf{v}_1\cdot\mathbf{v}_2=v^2\cos\varphi \tag{5.16}$$

Для параллельных токов $\cos\varphi=1$, для антипараллельных $\cos\varphi=-1$. Поэтому , если

$$\mathbf{v}_1=-\mathbf{v}_2,\ \mathbf{p}_1=\mathbf{p}_2,\ \omega_1=\omega_2 \tag{5.17}$$

то второе слагаемое в квадратных скобках поменяет знак. В двух антипараллельных пучках электронов оно будет усиливать кулоново отталкивание, а для двух нейтральных проводников с противоположно направленными токами приведет к их взаимному отталкиванию.

Выпишем градиентную силу взаимодействия зарядов, вычислив минус градиент энергии взаимодействия (5.5)

$$
\begin{aligned}
&-gradL_{21} = -\frac{i m_1 m_2 \omega_1 \omega_2}{\varepsilon_0} \Delta \mathbf{p} \{ \exp\{ i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \Delta \omega t)\} \cdot \\
&\cdot \left[\begin{array}{l} \dfrac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1) \cdot (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p^4 c^2} + \dfrac{\mathbf{v}_1 \cdot (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{\omega_1 p^2 c} - \\ - \dfrac{\mathbf{v}_2 \cdot (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1)}{\omega_2 p_1^2 c} - \dfrac{\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2}{\omega_1 \omega_2} \end{array} \right] + \\
&+ \exp\{ i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t)\} \cdot \left[\frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1) \cdot \mathbf{p}_2}{p^4 c} - \frac{\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{v}_1}{p^2 c} \right] + \\
&+ \exp\{ i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} + \omega_2 t)\} \cdot \left[\frac{\mathbf{p}_1 \cdot (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p^4 c} - \frac{\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{v}_2}{p^2 c} \right] + \\
&+ \exp\{ i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r})\} \cdot \frac{\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2}{p^4} \}
\end{aligned}
\tag{5.18}
$$

Мы нашли силу взаимодействия как градиент энергии. Эта сила зависит от абсолютных скоростей электронов относительно эфира. Выше было показано, что к этим силам должны добавляться силы взаимодействия, являющиеся полной производной по времени от импульса взаимодействия. Найдем эти силы

$$
\begin{aligned}
&(\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2^*) = -\frac{\omega_1 \omega_2}{c^2} \{ \exp\{ i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \Delta \omega t)\} \cdot \\
&\cdot \left[\begin{array}{l} \dfrac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1) \cdot (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p^4 c^2} - \\ - \dfrac{\mathbf{v}_2 \times (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1)}{p_1^2 c \omega_2} - \\ - \dfrac{\mathbf{v}_1 \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p^2 c \omega_1} + \dfrac{\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2}{\omega_1 \omega_2} \end{array} \right] + \exp\{ i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t)\} \cdot \\
&\cdot \left[\frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1) \times \mathbf{p}_2}{p^4 c} - \frac{\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_1}{p^2 \omega_1} \right] + \exp\{ i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} + \omega_2 t)\} \cdot \\
&\left[\frac{\mathbf{p}_1 \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p^4 c} - \frac{\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_2}{p^2 \omega_2} \right] + \exp\{ i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r})\} \cdot \frac{\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2}{p^4} \}
\end{aligned}
\tag{5.19}
$$

Пусть теперь $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$, разность скоростей электронов.

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{m_1 m_2 c}{\varepsilon_0}\left(\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2^*\right)\right] = -\frac{i m_1 m_2 \omega_1 \omega_2}{\varepsilon_0 c}\left(\Delta\mathbf{v}\cdot\Delta\mathbf{p}\right)\cdot\{\exp\left\{i\begin{pmatrix}\Delta\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}- \\ -\Delta\omega t\end{pmatrix}\right\}\cdot$$

$$\cdot\left[\frac{(\mathbf{p}_1\times\mathbf{v}_1)\times(\mathbf{p}_2\times\mathbf{v}_2)}{p^4c^2}+\frac{\mathbf{v}_2\times(\mathbf{p}_1\times\mathbf{v}_1)}{p_1^2 c\omega_2}-\frac{\mathbf{v}_1\times(\mathbf{p}_2\times\mathbf{v}_2)}{p^2 c\omega_1}+\frac{\mathbf{v}_1\times\mathbf{v}_2}{\omega_1\omega_2}\right]+$$

$$+\exp\{i(\Delta\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}-\omega_1 t)\}\cdot\left[\frac{(\mathbf{p}_1\times\mathbf{v}_1)\times\mathbf{p}_2}{p^4 c}+\frac{\mathbf{p}_2\times\mathbf{v}_1}{p^2\omega_1}\right]+$$

$$+\exp\{i(\Delta\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}+\omega_2 t)\}\cdot\left[\frac{\mathbf{p}_1\times(\mathbf{p}_2\times\mathbf{v}_2)}{p^4 c}-\frac{\mathbf{p}_1\times\mathbf{v}_2}{p^2\omega_2}\right]+$$

$$+\exp\{i(\Delta\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})\}\cdot\frac{\mathbf{p}_1\cdot\mathbf{p}_2}{p^4}\}-\frac{i m_1 m_2\omega_1\omega_2\Delta\omega}{\varepsilon_0 c}\{\exp\{i(\Delta\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}-\Delta\omega t)\}\cdot$$

$$\cdot\left[\frac{(\mathbf{p}_1\times\mathbf{v}_1)\times(\mathbf{p}_2\times\mathbf{v}_2)}{p^4c^2}+\frac{\mathbf{v}_2\times(\mathbf{p}_1\times\mathbf{v}_1)}{p_1^2 c\omega_2}-\frac{\mathbf{v}_1\times(\mathbf{p}_2\times\mathbf{v}_2)}{p^2 c\omega_1}+\frac{\mathbf{v}_1\times\mathbf{v}_2}{\omega_1\omega_2}\right]\}-$$

$$-\frac{i m_1 m_2\omega_1\omega_2}{\varepsilon_0 c}\{\exp\{i(\Delta\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}-\omega_1 t)\}\cdot\left[\frac{(\mathbf{p}_1\times\mathbf{v}_1)\times\mathbf{p}_2}{p^4 c}+\frac{\mathbf{p}_2\times\mathbf{v}_1}{p^2\omega_1}\right]\}+$$

$$+\frac{i m_1 m_2\omega_1\omega_2}{\varepsilon_0 c}\{\exp\{i(\Delta\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}+\omega_2 t)\}\cdot\left[\frac{\mathbf{p}_1\times(\mathbf{p}_2\times\mathbf{v}_2)}{p^4 c}-\frac{\mathbf{p}_1\times\mathbf{v}_2}{p^2\omega_2}\right]\} \quad (5.20)$$

Слагаемое в первых фигурных скобках есть конвективная производная по времени от выражения (5.19). В общем случае оно не равно нулю. Такое равенство имеет место, только если скорости совпадают ($\Delta\mathbf{v}=0$) или же совпадают поляризации ($\Delta\mathbf{p}=0$).

Слагаемые во вторых, третьих и четвертых фигурных скобках представляют собой частную производную по времени. Второе слагаемое зависит от разности частот $(\omega_1-\omega_2)$, а третье и четвертое от произведений $(\omega_1\cdot\omega_2)$ на ω_1 и ω_2 соответственно. Амплитуды колебаний этих сил задаются векторами в квадратных скобках при соответствующих экспонентах. Отметим это отличие импульсных сил взаимодействия от градиентных. Амплитуда последних является скаляром, а направление колебаний определяется разностью поляризаций $\Delta\mathbf{p}$.

Импульс взаимодействия фотона и электрона будет частным случаем формулы (5.19). Разберем этот случай отдельно, поскольку он связан с известным опытом Комптона.

Пусть $\mathbf{B}_1$ - магнитное поле фотона, задаваемое равенством (4.2), а $\mathbf{B}_2^*$ - сопряженное магнитное поле электрона, задаваемое равенством (5.4)

$$c\left(\mathbf{B}_1\times\mathbf{B}_2^*\right)=-\frac{\omega_1\omega_2}{c}\{\exp\{i(\Delta\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}-\Delta\omega t)\}\cdot$$

$$\cdot\left[\begin{array}{l}\frac{(\mathbf{p}_1\times\mathbf{c}_1)\cdot(\mathbf{p}_2\times\mathbf{v}_2)}{p_1^2p_2^2c^2}+\frac{\mathbf{v}_2\times(\mathbf{p}_1\times\mathbf{c}_1)}{p_1^2 c\omega_2}- \\ -\frac{\mathbf{c}_1\times(\mathbf{p}_2\times\mathbf{v}_2)}{p_2^2 c\omega_1}+\frac{\mathbf{c}_1\times\mathbf{v}_2}{\omega_1\omega_2}\end{array}\right]+ \quad (5.21)$$

$$+\exp\{i(\Delta\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}-\omega_1 t)\}\cdot\left[\frac{(\mathbf{p}_1\times\mathbf{c}_1)\times\mathbf{p}_2}{p_1^2p_2^2 c}-\frac{\mathbf{p}_2\times\mathbf{c}_1}{p_2^2\omega_1}\right]\}$$

Расписывая двойные векторные произведения, получим

$$c\left(\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2^*\right) = -\frac{\omega_1\omega_2}{c}\{\exp\{i(\Delta\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} - \Delta\omega t)\}\cdot$$

$$\cdot\left[\begin{array}{l} \dfrac{\mathbf{p}_2\left(\mathbf{v}_2\cdot(\mathbf{p}_1\times\mathbf{c}_1)\right) - \mathbf{v}_2\left(\mathbf{p}_2\cdot(\mathbf{p}_1\times\mathbf{c}_1)\right)}{p_1^2 p_2^2 c^2} + \\ + \dfrac{\mathbf{p}_1(\mathbf{c}_1\cdot\mathbf{v}_2) - \mathbf{c}_1(\mathbf{p}_1\cdot\mathbf{v}_2)}{p_1^2 c\omega_2} - \\ - \dfrac{\mathbf{p}_2(\mathbf{c}_1\cdot\mathbf{v}_2) - \mathbf{v}_2(\mathbf{p}_2\cdot\mathbf{v}_1)}{p_2^2 c\omega_1} + \dfrac{\mathbf{c}_1\times\mathbf{v}_2}{\omega_1\omega_2} \end{array}\right] - \qquad (5.22)$$

$$-\exp\{i(\Delta\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} - \omega_1 t)\}\cdot\left[\begin{array}{l} \dfrac{-\mathbf{p}_1(\mathbf{p}_2\cdot\mathbf{c}_1) + \mathbf{c}_1(\mathbf{p}_1\cdot\mathbf{p}_2)}{p_1^2 p_2^2 c} - \\ - \dfrac{\mathbf{p}_2\times\mathbf{c}_1}{p_2^2\omega_1} \end{array}\right]\}$$

Формулы (5.21) и (5.22), точнее эти формулы, домноженные на константу $(m_1 \cdot m_2)/\varepsilon_0$, где m_1 - масса фотона, m_2 - масса электрона, а ε_0 - плотность массы свободного эфира, задают приращение импульса, которое электрон передает фотону. Это же выражение с обратным знаком задаст приращение импульса электрона. По построению

$$\mathbf{p}_1 \perp \mathbf{c}_1,\ \mathbf{p}_2 \perp \mathbf{v}_2 \qquad (5.23)$$

Предположим, что

$$\mathbf{p}_1 // \mathbf{p}_2,\ \mathbf{v}_2 \perp \mathbf{c}_1 \qquad (5.24)$$

А тогда из (5.23) получим, что

$$\mathbf{p}_1 \perp \mathbf{v}_2,\ \mathbf{p}_2 \perp \mathbf{c}_1 \qquad (5.25)$$

Учитывая условия (5.23)-(5.25) в (5.22) получим: первая квадратная скобка справа от знака равенства

$$[\ ]_1 = \left[\mathbf{p}_2\frac{|\mathbf{v}_2||\mathbf{p}_1|\cos\varphi}{p_1^2 p_2^2 c} + \mathbf{p}_1\frac{|\mathbf{v}_2|}{p_1^2\omega_2} - \mathbf{p}_2\frac{|\mathbf{v}_2|}{p_2^2\omega_1} + \frac{\mathbf{c}_1\times\mathbf{v}_2}{\omega_1\omega_2}\right] \qquad (5.26)$$

Здесь φ - угол между векторами $\mathbf{v}_2$ и $(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1)$. Второе, третье и четвертое слагаемые здесь являются постоянными векторами, не зависящими от угла столкновения. От этого угла по закону косинуса зависит только первое слагаемое. Когда векторы $\mathbf{v}_2$ и $(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1)$ перпендикулярны, это слагаемое равно нулю. Все слагаемые зависят от характеристик фотона $\mathbf{p}_1$ и $\boldsymbol{\omega}_1$. Введем еще один вектор скорости для фотона

$$\mathbf{v}_1 = \frac{\omega_1\mathbf{p}_1}{p_1^2},\ |\mathbf{v}_1| = c \qquad (5.27)$$

Для линейно поляризованного фотона это скорость колебания вдоль нормального вектора $\mathbf{p}_1$.

Обозначение $\mathbf{v}_1$ введено, чтобы отличить эту скорость от скорости поступательного движения фотона $\mathbf{c}_1$.

Домножим теперь выражение в рассматриваемой квадратной скобке на множитель $\omega_1\omega_2/c$, стоящий перед фигурной скобкой. Получим

$$[\ ]_1 = \left[-\mathbf{p}_2\frac{|\mathbf{v}_2|\omega_2}{p_2^2 c}(1-\cos\varphi) + \mathbf{v}_1\frac{|\mathbf{v}_2|}{c} + \frac{\mathbf{c}_1\times\mathbf{v}_2}{c}\right] \qquad (5.28)$$

Коэффициент при круглых скобках пропорционален комптоновской длине волны электрона $|\mathbf{R}| = |\mathbf{p}_2 / p_2^2|$ и частоте электрона ω_1. Именно это слагаемое фигурирует в учебниках при объяснении опыта Комптона. В формуле (5.28) имеется еще два вектора. Они задают постоянный снос импульса, передаваемого электроном фотону, и при модельном описании опыта Комптона как столкновения «твердых шаров» не учитываются. Аналогично для второй квадратной скобки в (5.22) получим

$$[\ ]_2 = \left[\mathbf{c}_1 + (\mathbf{c}_1 \times \mathbf{p}_2)\frac{\omega_2}{p_2^2 c}\right] \tag{5.29}$$

Эта скобка состоит тоже из постоянных векторов, зависящих только от направления движения фотона и не зависящих от его индивидуальных характеристик: поляризации и частоты. Окончательно получим: дополнительный импульс, передаваемый электроном фотону, в рамках сформулированных условий

$$\begin{gathered}\Delta\mathbf{P}_{21} = \frac{cm_1m_2}{\varepsilon_0}\left(\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2^*\right) = \frac{m_1m_2}{\varepsilon_0}\{\exp\{i(\Delta\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} - \Delta\omega t)\}\cdot \\ \cdot\left[\mathbf{p}_2\frac{|\mathbf{v}_2|\omega_2}{p_2^2 c}(1-\cos\varphi) + \mathbf{v}_1\frac{|\mathbf{v}_2|}{c} + \frac{\mathbf{c}_1 \times \mathbf{v}_2}{c}\right] - \\ - \exp\{i(\Delta\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} - \omega_1 t)\}\cdot\left[\mathbf{c}_1 + (\mathbf{c}_1 \times \mathbf{p}_2)\frac{\omega_2}{p_2^2 c}\right]\end{gathered} \tag{5.30}$$

Сдвиг нормального вектора, модуль которого определяет сдвиг длины волны, получим, если формулу (5.30) разделим на $\dfrac{m_1m_2|\mathbf{v}_2|\omega_2}{\varepsilon_0 c}$.

$$\begin{gathered}\Delta\mathbf{P}_{21} = \exp\{i(\Delta\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} - \Delta\omega t)\}\cdot \\ \cdot\left[\frac{\mathbf{p}_2}{p_2^2}(1-\cos\varphi) + \frac{\mathbf{v}_1}{\omega_2} + \frac{\mathbf{c}_1 \times \mathbf{v}_2}{|\mathbf{v}_2|\omega_2}\right] - \\ - \exp\{i(\Delta\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} - \omega_1 t)\}\cdot\left[\mathbf{c}_1 + (\mathbf{c}_1 \times \mathbf{p}_2)\frac{1}{p_2^2|\mathbf{v}_2|}\right]\end{gathered} \tag{5.31}$$

Вектора в квадратных скобках задают амплитуду колебаний, определяемых экспонентами при них. О первой квадратной скобке уже было сказано. Второе колебание направлено «вперед» по вектору скорости фотона $\mathbf{c}_1$ и перпендикулярно ему. Эта интерпретация, однако, носит приблизительный характер в силу упрощений (5.24), предположенных выше. В общем случае, задаваемом формулой (5.22), «боковое колебание» должно быть ослаблено, так как $\mathbf{c}_1$ и $\mathbf{v}_2$, $\mathbf{c}_1$ и $\mathbf{p}_2$ в общем случае не перпендикулярны друг другу.

Заключение.

Подведем итоги. Волновое решение обобщенных уравнений Максвелла привело нас к представлению о волне, порождаемой движущимся электроном, как о существенно трехмерном крутильном колебании. Это колебание происходит в продольном (по скорости) и поперечном (перпендикулярном) направлении. Эти колебания задают бегущую волну, при этом амплитуды продольного и поперечного колебаний связаны. Так что подавление одного приводит к подавлению другого. Наряду с этим двумерным колебанием волна электрона колеблется в третьем измерении, создавая стоячую волну, не зависящую от времени и от скорости собственного движения электрона в отличие от упомянутой выше бегущей волны. Эта волна определяет заряд электрона и кулонову силу его взаимодействия с другим зарядом. Поэтому сила Кулона оказывается дальнодействующей в отличие от силы Лоренца, которая задается бегущей волной и движется со скоростью движения электрона.

Эта волна у позитрона имеет противоположный знак, определяя и знак его заряда. При столкновении электрона и позитрона эти волны взаимоуничтожаются, что приводит и к исчезновению заряда. Соответственно появиться они могут только «оттолкнувшись друг от друга», что делает необходимым появление электрических зарядов «парой»: положительный и отрицательный. Предложено зрительное представление об электроне как о массивном торе, вращающимся как в экваториальной, так и в меридиональной плоскостях. Величина заряда определяется массой электрона и угловой скоростью его экваториального вращения. Если при этом угловая скорость экваториального вращения составляет правый винт с угловой скоростью меридионального вращения, то мы получаем заряд одного знака, в противном случае противоположного знака. Это сочетание определяет и знак упомянутой выше стоячей волны.

Заряд – вектор, постоянный по величине и направленный по радиусу большей окружности, задающей тор. Этот вектор может принимать только два значения: внутрь или во вне этой большей окружности. Поэтому его удается описать скаляром, приписывая постоянной по величие угловой скорости экваториального вращения знак плюс или минус. Заряд – внутренняя характеристика электрона, не зависящая от его движения.

Спин электрона тоже пропорционален угловой скорости экваториального вращения, он тоже вектор, принимающий два значения: по или против скорости движения электрона, поскольку электрон всегда движется по нормали к экваториальной плоскости. Поэтому принятое ныне определение спина как вектора с дискретными проекциями на любое направление в пространстве представляется неправомерным. Спин, как и заряд, характеризует электрон, однако проявляется только в движении. В этом смысле спин является внешней, динамической характеристикой электрона.

Фотон не имеет заряда из-за того, что не имеет экваториального вращения. Его удобно представить себе в виде цилиндра, движущегося вдоль своей оси и совершающего продольные и в общем случае крутильнные колебания вдоль своей направляющей окружности. В частном случае (линейно поляризованный свет) эти крутильные колебания переходят в поперечные колебания. Движение фотона совершенно аналогично движению бегущей волны электрона. Фотон – объект двумерный. Можно сказать, что это продольно колеблющийся вихрь, переносящий массу со скоростью света. Становится понятным и удвоение энергии фотона (mc^2 вместо $\frac{1}{2}mc^2$): каждое из колебаний поперечное и продольное вносят свою половинку в общую копилку. Двумерная волна движущегося электрона по этой же причине обладает энергией mv^2, а не $\frac{1}{2}mv^2$. Колебание в третьем измерении дает удвоенную энергию mc^2 за счет параллельности электрического и магнитного полей в этом направлении.

Колебания элементарных частиц описываются с существенным использованием функций комплексной переменной. Существенным в том смысле, что, ограничившись только вещественной частью, мы бы не просто усложнили вычисления (как это часто трактуется в учебниках физики), а не получили бы соответствия с экспериментом. Другими словами мнимая компонента электрического и магнитного полей вносит свою часть в энергию и импульс элементарных частиц. Поэтому представление об электроне как о торе и о фотоне как о цилиндре носит условный характер. Мы не получим их адекватного описания, не учитывая их «вращения» в комплексной плоскости и, возможно, их движения в пространстве кватернионов.

Последние главы работы посвящены взаимодействию элементарных частиц. Как выясняется, такое взаимодействие носит тоже колебательный характер. Взаимодействие и соответственно колебания в ансамблях частиц равны нулю только между когерентными фотонами с сонаправленными спинами. Такие фотоны летят параллельно. В общем же случае пучок фотонов расходится под влиянием таких колебаний, а ансамбли фотонов интерферирую, что ныне почему-то истолковывается как волновое свойство отдельного фотона. Отдельный фотон колеблется и в этом смысле обладает свойством волны, но вовсе не по упомянутому выше соображению о поведении ансамблей фотонов.

Полученные результаты естественным образом снимают ряд тупиковых вопросов современной квантовой механики о самодействии электрона, о бесконечности энергии отдельного электрона, электромагнитной массе и т.д.

В философском плане развиваемый подход и найденные объяснения фактически воспроизводят корпускулярные идеи Ньютона вплоть до некоторых мелочей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я.Г. Клюшин. Основы современной электродинамики. С-Петербург, Россия, 1999, ООО Невская жемчужина
2. Я.Г. Клюшиин. Некоторые следствия максвелловского подхода к описанию гравитации. Новые идеи в естествознании ч.1 (По материалам 3 Международной конференции «Пространство, время, тяготение»), С-Петербург, Россия,1995
3. Ф.М. Канарев. Анализ фундаментальных проблем современной физики. Краснодар, 1993
4. Я.Г. Клюшин О динамике электрона. Труды Международного Конгресса-2000. Фундаментальные проблемы естествознания и техники №1,т.1, С-Петербург, Россия, 2000

5. П.Д. Пруссов. Явление эфира, ч.2,Николаев,1994